

Ćwierćfinał XXII Mistrzostw Polski w Grach Matematycznych i Logicznych

- CE** uczniowie klasy III SP lub młodsi
CM uczniowie klas IV oraz V SP
C1 uczniowie klas VI oraz VII SP
C2 uczniowie klasy VIII SP i klasy pierwszej szkół średnich
L1 pozostali uczniowie szkół średnich
L2 studenci kierunków ścisłych, urodzeni nie wcześniej niż w roku 1996
HC • osoby zawodowo zajmujące się matematyką, w szczególności pracownicy naukowi szkół wyższych, placówek naukowo-badawczych,
• finaliści etapu międzynarodowego w kategorii GP lub HC, w ciągu dwóch lat od tego finału
GP dorośli nie występujący w kategorii L2 oraz HC, w tym uczniowie szkół pomaturalnych.

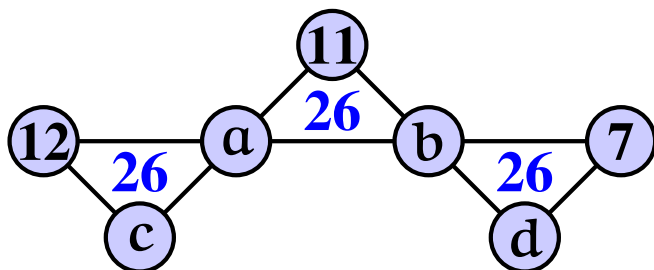
Początek wszystkich kategorii

1. Przepis

Mój przepis na jajecznicę dla czterech osób nakazuje użycie 60 g masła, 12 jajek i 6 łyżek mleka. Niestety mam tylko 10 jajek i z nich chcę zrobić jajecznicę.

Ile użyję masła i mleka, aby zachować proporcje składników?

2. Kapelusze roku



Dodając liczby w polach rozmieszczonych dookoła każdego z trójkątów zawsze dostajemy 26.

Zastąp litery a, b, c, d liczbami spośród 6, 8, 9, 10.

3. Skarbonka

W swojej skarbonce Tomek ma monety o łącznej wartości 20 złotych i 26 groszy. Wiadomo, że ma co najmniej jedną monetę każdego rodzaju (czyli ma monety o nominałach: 5 zł, 2 zł, 1 zł, 50 gr, 20 gr, 10 gr, 5 gr, 2 gr oraz 1 gr).

Ile co najmniej ma monet?

4. Trzy po trzy

Mateusz ma karty z przezroczystej folii, na których są napisane liczby

a) $\boxed{15182}$ b) $\boxed{18152}$ c) $\boxed{28151}$ d) $\boxed{58121}$ e) $\boxed{58151}$

Wśród tych pięciu kart są dokładnie trzy, które obracając lub odwracając można położyć tak, żeby widoczna liczba była taka sama na każdej z tych trzech kart.

Podaj litery stojące przy kartach, na których są te liczby.

5. Noel ma więcej niż Leon

Noel miał 2026 naklejek, a Leon tylko 206. Noel dał pewną liczbę naklejek Leonowi, ale i tak ma ich dwa razy więcej niż Leon.

Ile naklejek dał Noel Leonowi?

Koniec kategorii CE

6. Pan Drobiecki

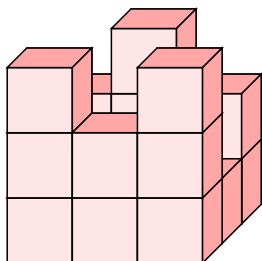
Pan Drobiecki ma cztery kury i zbiera jajka każdego wieczora. Pierwsza z kur znosi codziennie jedno jajko. Druga znosi jajko co drugi dzień. Trzecia znosi jajko co trzeci dzień, a czwarta co czwarty dzień. Pan Drobiecki pierwszego października zebrał cztery jajka, które jego kury zniosły tego dnia.

Ile jajek pan Drobiecki zbierze od swoich kur przez cały październik?

7. Klocki Kazia

Kazio zbudował z jednakowych sześciennych klocków budowlę na planie kwadratu 3×3 . Diagram przedstawia ile klocków stoi na danym polu kwadratu, a widok obok pokazuje budowlę z kierunku oznaczonego strzałką. Kazio połączył wszystkie klocki, a następnie zanurzył całość w czerwonej farbie. Po wyschnięciu farby Kazio rozłożył swoją budowlę z powrotem na pojedyncze klocki.

2	3	2
1	0	1
3	2	3



Ile z tych klocków będzie mieć pomalowane na czerwono dokładnie trzy ściany?

8. Pociąg meksykański

W grze „Pociąg meksykański” używa się kamieni domino, na których obydwu polach znajduje się pewna liczba oczek od 0 do 10. W zestawie do gry jest 66 kamieni; zestaw zawiera kamienie z każdą kombinacją oczek i każda z tych kombinacji występuje dokładnie jeden raz. Maks używa wyłącznie kamieni, w których co najmniej jedna połowa ma 0, 2 lub 6 punktów. Chce utworzyć jak najdłuższy łańcuch ze stykających się kamieni, przy zachowaniu reguł gry w domino: stykające się połówki dwóch kamieni muszą mieć tę samą liczbę punktów.

Z ilu kamieni jest złożony najdłuższy łańcuch, jaki Maks może ułożyć?

Koniec kategorii CM

Uwaga do zadań od 9 do 18: aby zadanie było całkowicie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dowolne dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej niż jedno. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie).

9. Schody ruchome

Kiedy Mateusz wchodzi na pierwszy u góry stopień pewnych ruchomych schodów prowadzących w dół i na nim zostaje, pokonanie ich zajmuje mu 25 sekund. Kiedy dodatkowo schodzi po ich stopniach ze stałą prędkością, pokonanie ich zajmuje mu zaledwie 10 sekund.

Jeżeli Mateusz będzie wchodził tymi schodami pod prąd, ile czasu zajmie mu dostanie się po nich na górę, jeżeli wiadomo, że na nieruchomych schodach jego prędkość wchodzenia jest równa $\frac{4}{5}$ jego prędkości schodzenia?

Uwaga: Odpowiedz 0 jeżeli myślisz, że jego prędkość wchodzenia nie pozwoli mu na pokonanie schodów w górę.

10. Dzielniki

Maks zauważył, że liczba 24 i liczba 42, złożone z tych samych cyfr zapisanych w odwrotnej kolejności, mają co najmniej jeden wspólny dzielnik większy od 1, dzielnikiem tym jest na przykład 6.

Ile jest par liczb dwucyfrowych AB i BA , które mają co najmniej jeden wspólny dzielnik większy od 1?

Uwaga: A i B to dwie różne cyfry i żadna z nich nie jest zerem.

11. Miesiące spotykają lata

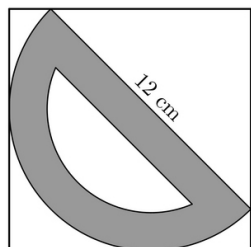
Pewien ojciec obchodzi urodziny 1. maja a jego córka 31. maja. 2. maja liczba lat ukończonych przez tego ojca będzie równa liczbie miesięcy ukończonych przez jego córkę. Wiadomo, że w dniu narodzin córki ojciec miał ukończone co najmniej 25 lat i co najwyżej 45 lat.

Ile lat miał ukończonych ojciec w dniu narodzin córki?

Koniec kategorii C1

12. Kątomierz

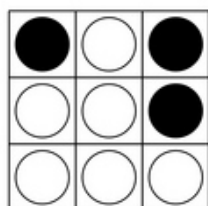
Kątomierz Matyldy jest w kształcie połowy koła o średnicy 12 cm. Można go schować na płasko do kwadratowego pudełka.



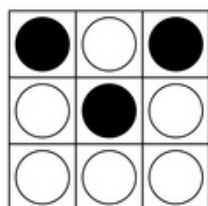
Jaka jest minimalna długość boku tego pudełka?

*Uwaga: Jeżeli potrzeba, przyjmij 1,4142 za $\sqrt{2}$.
Odpowiedź podaj w zaokrągleniu do najbliższej setnej centymetra.*

13. Odwracanie żetonów



Amel



Sofia

Na planszy 3×3 umieszczonych jest 9 żetonów. Każdy z żetonów jest z jednej strony biały, a z drugiej czarny. Zaczynamy z losowej pozycji, a celem jest, aby wszystkie żetony były obrócone czarną stroną do góry. Dopuszczalne ruchy polegają na odwróceniu trzech żetonów leżących na wspólnej linii, to znaczy w tym samym wierszu, kolumnie albo na przekątnej.

Ilu co najmniej ruchów będzie potrzebnych Amelowi a ile Sofii, aby ukończyć grę?

Uwaga: Odpowiedz 0, jeżeli wychodząc z danej pozycji nie da się ukończyć gry.

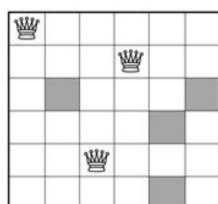
14. Balkon Czesława

Kwadratowy balkon Czesława jest wykafelkowany w szachownicę 6×6 . Czesław postanowił rozmieścić trzy hetmany na swojej balkonowej szachownicy tak, aby wszystkie wolne pola były atakowane.

Ile jest takich rozmieszczeń?

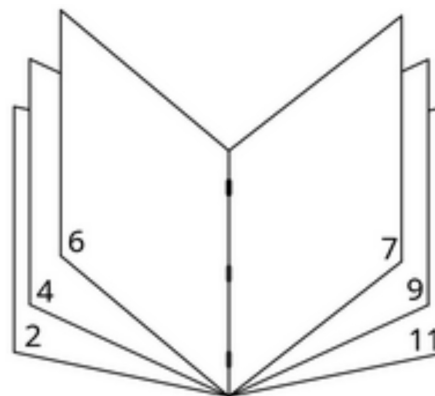
Uwaga: Rozmieszczenia różniące się obrotem lub symetrią liczymy jako różne.

Obok przykładowe błędne ustawienie, z czterema nieatakowanymi polami.



Koniec kategorii C2

15. Ulubione czasopismo



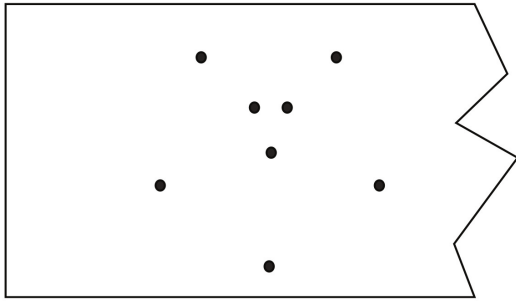
Mateusz wyjął zszywkę ze swojego ulubionego czasopisma, które liczyło mniej niż 100 stron wydanych w postaci pojedynczego zeszytu. Kartki, każda z czterema stronami (wydrukowanymi po obu stronach) pomieszały się. Mateusz ma przed sobą jedną z kartek i zauważył, że iloczyn numerów dwóch stron widocznych z jednej strony tej kartki wynosi 900.

Jaki jest iloczyn numerów stron znajdujących się po drugiej stronie tej kartki?

Uwaga: Wszystkie strony czasopisma są numerowane kolejnymi liczbami począwszy od 1.

Na rysunku widać przykładowe czasopismo liczące 12 stron.

16. W Katagum kują



W mieście Katagum kują kowale gwoździe. Osiem takich gwoździ wbili w planszę (tak, że żadne trzy nie są współliniowe), a tę gumkują, to znaczy, rozpinają na tych gwoździach gumkę recepturkę tak, aby gumka była zaczepiona o każdy z gwoździ dokładnie raz i aby nie przecinała się ze sobą.

Na ile sposobów będą to mogli zrobić?

Uwaga: Na przykład dla czterech gwoździ rozmieszczonych jak na poniższym rysunku można to zrobić na trzy sposoby.



Koniec kategorii L1, GP

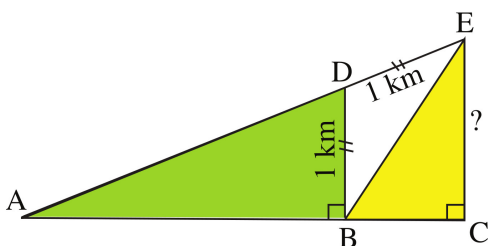
17. Las Lutmana

Pan Lutman ma las w kształcie trójkąta ACE, podzielony na trzy trójkątne rewiry ABD, BDE i BCE takie, że

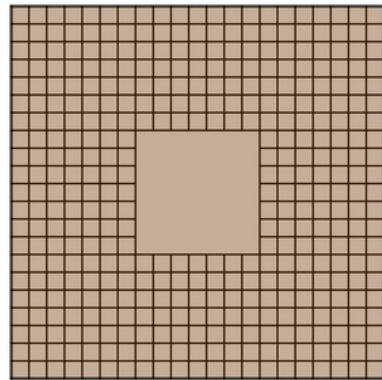
- kąty ABD i ACE są proste,
- $BD = DE = 1$ km,
- odcinki BD i CE są równoległe,
- rewir ABD ma dwa razy większą powierzchnię niż rewir BCE.

Ile wynosi długość CE?

Uwaga: Odpowiedź podaj zaokrąglając do najbliższej całkowitej liczby metrów. Jeżeli potrzeba, za $\sqrt{3}$ przyjmij 1,732.



18. Śmieszna tabliczka



Ta śmieszna tabliczka czekolady dzieli się na jedną kostkę w kształcie dużego kwadratu o boku o długości równej 7 cm oraz otaczające ją 392 małe kostki w kształcie kwadratów o boku o długości 1 cm. Tabliczka została przełamana na dwie części wzdłuż linii prostej nie pokrywającej się z żadną z linii rozdzielających kostki. Linia przełamania została wybrana tak, aby liczba kostek, które uległy przełamaniu, była maksymalna. Centralna duża kostka również jest przy tym podzielona, na mniejszą i większą część.

Ile jest równe supremum z pola powierzchni mniejszej z tych części?

Uwaga: Odpowiedź podaj w cm^2 w postaci ułamka nieskracalnego, lub odpowiedz 0 jeżeli niemożliwe jest przełamanie przy zachowaniu podanych warunków.

Koniec kategorii L2, HC