

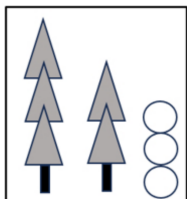
# Półfinał XXI Mistrzostw Polski w Grach Matematycznych i Logicznych

- CE** uczniowie klasy III SP lub młodsi  
**CM** uczniowie klas IV oraz V SP  
**C1** uczniowie klas VI oraz VII SP  
**C2** uczniowie klasy VIII SP i klasy pierwszej szkół średnich  
**L1** pozostali uczniowie szkół średnich  
**L2** studenci kierunków ścisłych, urodzeni nie wcześniej niż w roku 1994  
**HC**
  - osoby zawodowo zajmujące się matematyką, w szczególności pracownicy naukowcy szkół wyższych, placówek naukowo-badawczych,
  - finaliści etapu międzynarodowego w kategorii GP, w ciągu dwóch lat od tego finału**GP** dorośli nie występujący w kategorii L2 oraz HC, w tym uczniowie szkół pomaturalnych.

## Początek wszystkich kategorii

### 1. Dekoracja

Nauczycielka zaproponowała uczniom przystrojenie klasy pewną liczbą takich samych wyklejanek jak na rysunku.

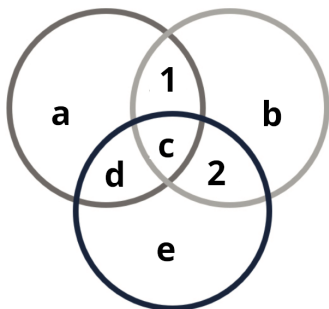


Wiadomo, że w pudełku z naklejkami jest 19 prostokątnych naklejek, 37 okrągłych naklejek i 57 trójkątnych naklejek.

**Iloma kompletnymi wyklejankami będzie można przystroić klasę?**

### 2. Równe koła

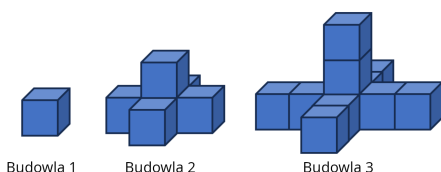
Plansza składa się z pół wyznaczonych przez trzy okręgi. Wpisane litery należy zastąpić wszystkimi liczbami spośród 3, 4, 5, 6, 7, tak aby suma liczb znajdujących się wewnątrz każdego z kół była równa 14.



**Podaj wartości odpowiadające literom a, b, c, d, e.**

### 3. Ewolucja

Łukasz tworzy swoją budowlę z małych sześciennych klocków. Każda kolejna budowla jest podobna do poprzedniej, ale ma po jednym dodatkowym klocku na każdym z końców, jak na rysunku.



Łukasz ma 125 klocków.

**Ile kompletnych budowli uda mu się stworzyć?**

### 4. Parzyste i nieparzyste

15 marca 2025

W tej ramce

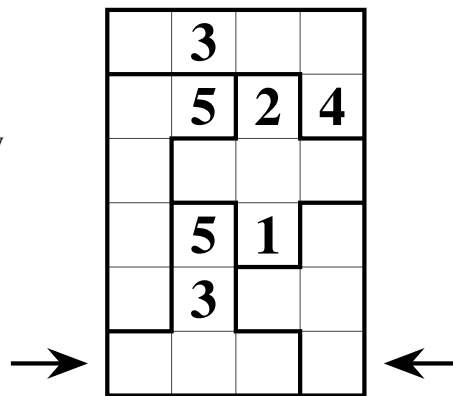
cyfr parzystych jest ... a cyfr nieparzystych jest ...

**Uzupełnij informację w ramce tak, aby była prawdziwa.**

Uwaga: cyfry parzyste to 0, 2, 4, 6 i 8.

### 5. Suguru

Prostokąt na rysunku jest podzielony na obszary (ograniczone pogrubioną linią). W obszary składające



się z czterech kratek należy wpisać liczby 1, 2, 3 i 4, zaś w obszary składające się z pięciu kratek trzeba wpisać liczby 1, 2, 3, 4, 5. Kratki zawierające takie same liczby nie mogą się stykać nawet rogami.

**W puste kratki wpisz liczby. W formularzu wpisz kolejno od lewej do prawej liczby występujące w wierszu zaznaczonym strzałkami.**

**Koniec kategorii CE**

## 6. la si do

Klara ma za zadanie grać wprawki na flecie. Powinna ćwiczyć trzy nuty, *la*, *si* oraz *do*, w grupach po cztery (jak na przykład *la-si-do-si*), przy zachowaniu następujących trzech warunków – w każdej grupie czterech nut:

- są wszystkie trzy nuty,
- każde dwie kolejne nuty są różne,
- pierwsza i ostatnia nuta są różne.

**Ile różnych grup będzie mogła utworzyć?**

## 7. Warg gwar

Jak w każdym kryptarytmie, każda z liter przedstawia cały czas tę samą cyfrę, a dwie różne litery odpowiadają dwóm różnym cyfrom. Ponadto, żadna z liter nie zastępuje zera.

$$\begin{array}{rcccccc} & W & A & R & G & & \\ - & G & W & A & R & & \\ \hline = & 2 & 0 & 2 & 5 & & \end{array}$$

**Jaka jest wartość WARG?**

## 8. Dziewięć żetonów

Matylda ma dziewięć żetonów ponumerowanych kolejnymi liczbami całkowitymi od 1 do 9. Chce wybrać żeton oznaczony jej ulubioną liczbą 5 oraz cztery lub pięć innych żetonów. Suma liczb na zdjętych żetonach, włącznie z piątką, powinna być równa 25.

**Na ile sposobów może to zrobić?**

**Koniec kategorii CM**

*Uwaga do zadań od 9 do 18: aby zadanie było całkowicie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dowolne dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej niż jedno. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie).*

## 9. Ułamek Matyldy

Matylda zapisała ułamek, w którym licznik jest większy od 25 a mianownik mniejszy od 50. Ułamek ten jest większy od  $\frac{1}{2}$ , a mniejszy od  $\frac{6}{11}$ .

**Jaki ułamek zapisała Matylda?** Odpowiedź podaj w postaci ułamka dokładnie tak, jak zapisała go Matylda.

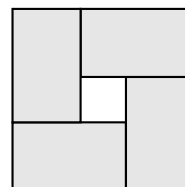
## 10. Okrągłe puzzle

Okrągłe puzzle są zbudowane z elementu centralnego i z otaczających go kolejnych pierścieni. Pierwszy z pierścieni składa się z co najmniej pięciu elementów, a w każdym kolejnym pierścieniu jest co najmniej o trzy elementy więcej niż w poprzednim. Różnica w liczbie elementów pomiędzy kolejnymi pierścieniami jest stała. Wszystkich elementów jest 625, a dwa pierwsze pierścienie wraz z elementem centralnym liczą 25 elementów.

**Z ilu pierścieni składają się te puzzle?**

## 11. Kwadracik roku

Cztery jednakowe prostokątne płytki o bokach długości całkowitej zostały ustawione w kwadratowy wzór w ten sposób, że ograniczają one mniejszy kwadrat wewnątrz.



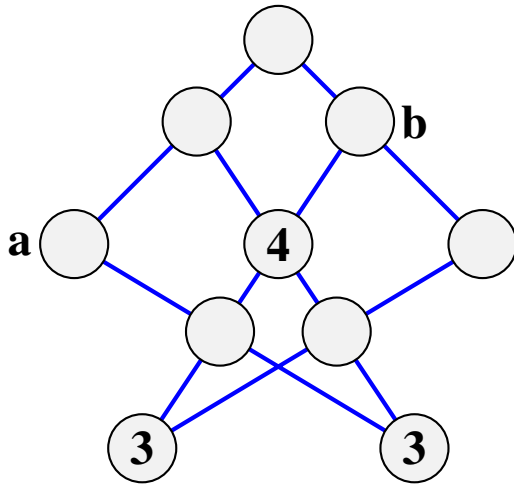
Wiadomo, że płytki nie zachodzą na siebie, a pole dużego kwadratu jest dokładnie 20,25 razy większe od pola wewnętrznego kwadratu.

**Jakie jest najmniejsze możliwe pole jednej takiej płytki?**

**Koniec kategorii C1**

### 12. Magiczny latawiec

W niektóre pola podanego diagramu wpisano już pewne liczby.



Wypełnij diagram różnymi elementami ze zbioru  $\{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$  tak, żeby sumy wszystkich liczb umieszczonych w polach leżących na tym samym odcinku były jednakowe.

**Jakie liczby znajdują się w polach oznaczonych literami a i b?**

### 13. Kwadrat do kwadratu

Uzupełnij puste pola tej kwadratowej planszy w taki sposób, aby

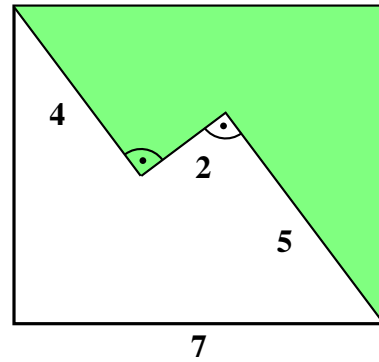
– liczby wyrażone cyframi z każdego wiersza czytane od lewej do prawej były kwadratami liczb całkowitych,

– liczby wyrażone cyframi z każdej kolumny czytanej od góry do dołu również były kwadratami liczb całkowitych.

**Jaką liczbę odczytamy w pierwszym wierszu?**

	2		
2	0	2	5
	2		
	5		

### 14. Na zielono



**Jaką część pola całego prostokąta stanowi pole zielonej części?** Odpowiedź podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

**Koniec kategorii C2**

### 15. W moim trójkącie

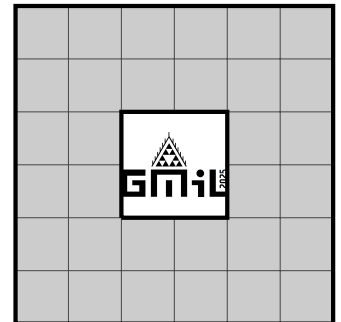
Długości boków BA, AC i BC trójkąta ABC, w podanej kolejności, tworzą postęp arytmetyczny o dodatniej różnicy r. Ponadto

$$|BA| \cdot |BC|^2 = |AC|^3 + 11r^3.$$

**Oblicz długość boku BC jeżeli wiadomo, że pole trójkąta jest równe 600 cm<sup>2</sup>.**

### 16. Ramka

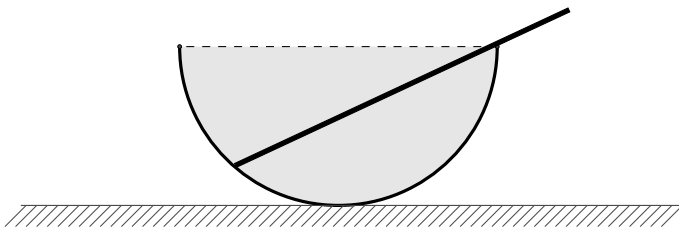
Na ile sposobów ramkę pokazaną obok (o wymiarach 6 × 6 z usuniętymi środkowymi czterema polami) można wypełnić jednakowymi płytkami 2 × 1 (płytki można obracać)?



Uwaga: Płytki i płytki odwrócona lub obrócona o kąt 180 stopni są nierozróżnialne.

**Koniec kategorii L1, GP**

### 17. Pałeczka



Do pustej miseczki w kształcie połowy powierzchni kuli o promieniu 7 włożono cienką jednorodną pałeczkę o długości 17, jak na rysunku powyżej. Miska jest śliska, dlatego pałeczka układa się w równowadze, to znaczy jej środek ciężkości jest możliwie najniżej.

**Jaka jest długość tej części pałeczki, która wystaje ponad miskę?** Odpowiedź podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

### 18. Pudełka z liczbami

Pudełka są ponumerowane kolejnymi liczbami całkowitymi dodatnimi  $1, 2, 3, \dots$ . W każdym pudełku znajduje się liczba. Przez  $s(n)$  oznaczamy sumę cyfr liczby całkowitej  $n$ . Wiadomo, że

- dla każdego  $n$  liczba z pudełka o numerze

$$n + s(n) + s(n + s(n))$$

jest równa sumie liczb z pudełek o numerach  $n$  oraz  $n + s(n)$ ,

- w pudełkach o numerach 1 i 2 znajdują się liczby całkowite dodatnie,
- w pudełku o numerze 7 jest liczba 13.

**Jaka liczba znajduje się w pudełku o numerze 64?**

**Koniec kategorii L2, HC**