

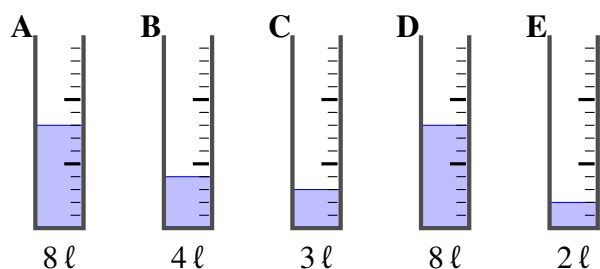
Finał XXI Mistrzostw Polski w Grach Matematycznych i Logicznych, 17.05.2025

- CE** uczniowie klasy III SP lub młodsi
CM uczniowie klas IV oraz V SP
C1 uczniowie klas VI oraz VII SP
C2 uczniowie klasy VIII SP i klasy pierwszej szkół średnich
L1 pozostali uczniowie szkół średnich
L2 studenci kierunków ścisłych, urodzeni nie wcześniej niż w roku 1995
HC
 - osoby zawodowo zajmujące się matematyką, w szczególności pracownicy naukowi szkół wyższych, placówek naukowo-badawczych,
 - uczestnicy konkursu głównego finału międzynarodowego w kategorii GP lub HC, przez dwie kolejne edycje
GP dorośli nie występujący w kategorii L2 oraz HC, w tym uczniowie szkół pomaturalnych.

Początek wszystkich kategorii

1. Przelewki

Piotrek ma pięć dużych jednakowych szklanych naczyń częściowo wypełnionych wodą. Naczynia stoją kolejno w rzędzie, w pierwszym, oznaczonym literą **A** jest 8 litrów, w drugim, **B** są 4 litry, w trzecim, **C**, 3 litry, w czwartym, **D**, 8 litrów i na końcu, w piątym, **E** są 2 litry. Każde naczynie jest zaopatrzone w podziałkę, dzięki czemu Piotrek może precyzyjnie odmierzać ilość wody przelewanej z jednego naczynia do drugiego.



Piotrek chciałby poprzeklewać wodę pomiędzy naczyniami w taki sposób, aby każde naczynie począwszy od drugiego naczynia **B** zawierało dokładnie o jeden litr wody więcej niż poprzednie naczynie.

Ilu co najmniej przelewań musi wykonać Piotrek, by osiągnąć zamierzony efekt?

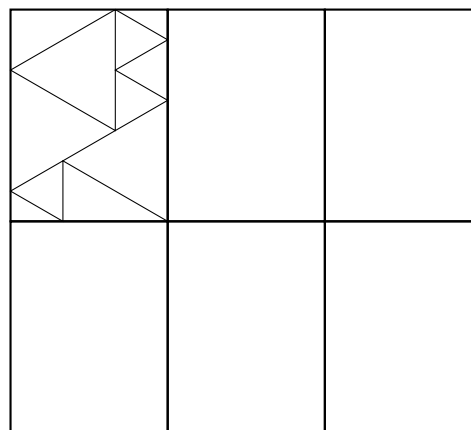
Uwaga: Naczynia muszą pozostać w kolejności jak na rysunku, a podczas przelewania nie ma żadnych strat wody.

2. Daty

Zapisujemy datę 08 maja 2025 w następujący sposób: 08.05.2025.

Ile dat z roku 2025 można zapisać w ten sam sposób przy użyciu wszystkich ośmiu cyfr 0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 5?

3. Witraż

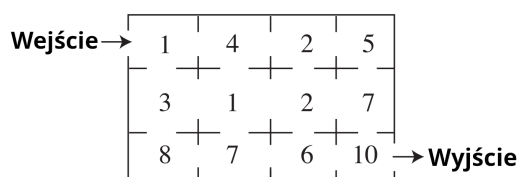


Witraż składa się z sześciu jednakowych prostokątów. W każdym z tych prostokątów znajduje się mozaika wykonana z trzech identycznych dużych trójkątów równobocznych oraz ich mniejszych trójkątnych kawałków, tak jak to pokazuje rysunek w pierwszym prostokącie. Witrażysta buduje witraż z dużych trójkątów równobocznych, rozcinając je w razie potrzeby. Po rozcięciu trójkąta witrażysta może (ale nie musi) wykorzystać wszystkie jego części w całym witrażu.

Co najmniej ilu dużych trójkątów równobocznych użył witrażysta, aby wykonać cały witraż?

4. Mathiczne zamczysko

Matheusz przechadza się po mathicznym zamczysku, którego plan jest na rysunku.



W każdej z jego komnat znajduje się pewna liczba monet, oznaczona na planie. Matheusz zbiera do sakiewki wszystkie monety z komnat, przez które przechodzi, ale monety te są mathiczne: jeżeli po zebraniu wszystkich monet z danej komnaty w sakiewce jest ich parzysta liczba, to wszystkie monety z sakiewki znikają. Matheusz nigdy nie wchodzi ponownie do komnaty, którą wcześniej odwiedził.

Ile najwięcej monet może mieć Matheusz w momencie wyjścia z zamczyska?

5. Kapsle

Alicja, Bartek i Czarek grają w kapsle na podwórku. Razem mają 75 kapsli. Alicja ma parzystą liczbę kapsli i jest to o 9 kapsli więcej niż ma Bartek. Liczba kapsli Czarka jest większa niż dwukrotność liczby kapsli Bartka i jednocześnie mniejsza niż trzykrotność liczby kapsli Bartka.

Ile kapsli ma każde z dzieci?

Koniec kategorii CE

6. Ogród Róży

Róża sadi w swoim ogrodzie kwiaty w rzędach. W danym rzędzie sadi tylko jeden rodzaj kwiatów. W pierwszym rzędzie sadi tylko jednego tulipana, następnie w drugim – dwie lilie, w trzecim – trzy krokusy, w czwartym – cztery tulipany. W każdym kolejnym rzędzie sadi o jeden kwiat więcej niż w poprzednim, przeznaczając rząd kolejno na tulipany, lilie i krokusy. Po krokusach powtarza kolejność wracając do tulipanów. Róża skończy pracę zaraz po tym, kiedy posadzi dwudziestego piątego, ostatniego tulipana, nawet jeśli nie zdąży wypełnić całego bieżącego rzędu. Zakładamy, że lilii i krokusów jej nie zabraknie.

Ile kwiatów posadzi Róża?

7. Domino Dominika

Kamień domina ma dwa kwadratowe pola zawierające od zera do sześciu punktów. Na przykład:

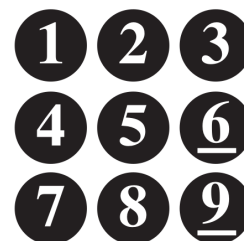


Dominik ułożył cztery kamienie domina w łańcuch, tak, że stykające się pola mają takie same liczby punktów. Następnie pomnożył liczby punktów z wszystkich ośmiu pól ułożonych kamieni i otrzymał w wyniku 2025.

Jaka jest łączna liczba punktów na ułożonych kamieniach?

8. Maksymilian maksymimalizuje

Maksymilian rozdzielił tych dziewięć żetonów na trzy grupy po trzy żetony. W każdej grupie obliczył iloczyn liczb z wszystkich żetonów do niej należących i zanotował wartość największego z tych iloczynów (lub wartość jednego z największych, jeżeli iloczyny w grupach się powtarzały).



Jaka jest najmniejsza możliwa wartość iloczynu zanotowanego przez Maksymiliana?

Uwaga: Żetonów nie można obracać.

Koniec kategorii CM

Uwaga do zadań od 9 do 18: aby zadanie było całkowicie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dowolne dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej niż jedno. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie).

9. Ciąg Cyfranka

Bawiąc się w konstruowanie ciągu, Cyfranek znalazł ciekawy sposób otrzymywania następnej liczby. Zaczyna od zapisania cyfry (lub cyfr) iloczynu pierwszej i drugiej cyfry bieżącej liczby (patrząc od lewej). Potem, na prawo od tych wpisanych już cyfr, wpisuje cyfrę (lub cyfry) iloczynu drugiej i trzeciej cyfry bieżącej liczby. Postępuje tak dalej aż do iloczynu przedostatniej i ostatniej cyfry bieżącej liczby. Otrzymany w ten sposób zestaw cyfr przyjmuje za zapis następnej liczby swojego ciągu. Na przykład wychodząc z liczby 41624 dostanie 46128 zapisując kolejno cyfry iloczynów $4 = 4 \cdot 1$, następnie $6 = 1 \cdot 6$, potem $12 = 6 \cdot 2$ i wreszcie $8 = 2 \cdot 4$.

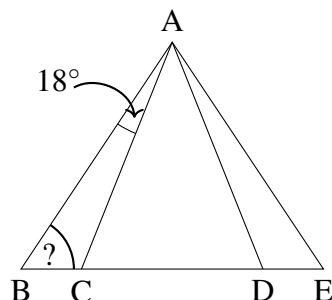
? ; 41624 ; 46128 ; ...

Jaka liczba w ciągu Cyfranka bezpośrednio poprzedza 41624, czyli stoi w miejscu, w którym jest znak zapytania?

10. Wieżba dachowa

Rysunek przedstawia metalową wieżbę dachową. Mamy $AB = AE = BD = CE$. Kąt BAC ma miarę 18° .

Jaka jest miara kąta ABC w stopniach?

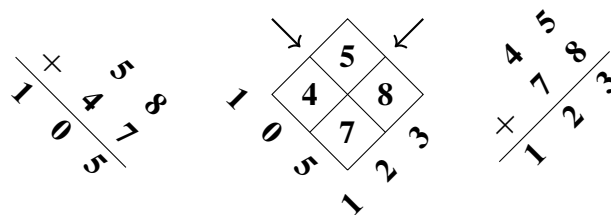


11. Specjalny rok

Liczba 2025 jest wielokrotnością sumy swoich cyfr $2 + 0 + 2 + 5 = 9$ i wynik dzielenia liczby 2025 przez sumę jej cyfr $2025/9 = 225$ jest kwadratem liczby całkowitej.

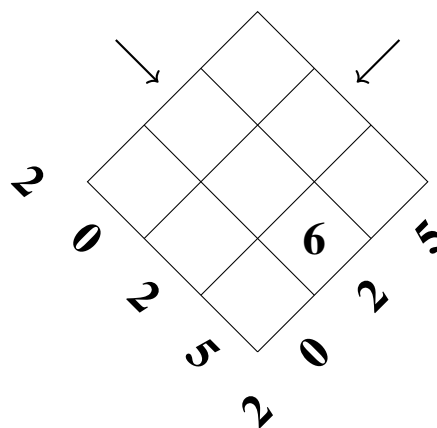
Znajdź w XXI wieku inny rok niż 2025, który również ma tę własność. Uwaga: lata XXI wieku liczą się od roku 2001 do 2100 włącznie.

12. Kwadrat roku



Matylda umieściła cztery liczby w kwadracie jak na diagramie obok i zauważyła, że sumy liczb dwucyfrowych w kierunkach oznaczonych strzałkami wynoszą $58 + 47 = 103$ oraz $45 + 78 = 123$.

Umieść wszystkie cyfry od 1 do 9, z wyjątkiem już umieszczonej 6, w kratkach poniższej planszy tak, aby obie sumy trzycyfrowych liczb w kierunkach oznaczonych strzałkami były równe 2025.



13. Śliski sport

W tym działaniu każda litera zastępuje zawsze tę samą cyfrę a dwie różne litery odpowiadają dwóm różnym cyfrom. Żadna z liter nie zastępuje cyfry 0 lub 9.

$$\frac{\text{GOLF}}{\text{SKI}} = 9$$

Jaka jest wartość GOLF jeżeli wiadomo, że SKI jest wielokrotnością 11?

Koniec kategorii C1

14. Wodolejstwo

Hania ma dwa identyczne zbiorniki, stojące pod dwoma kranami. Po odkręceniu, z jednego z kranów leci gorąca woda, z drugiego – zimna. Zbiornik napełnia się gorącą wodą w 23 minuty, a zimną – w 17 minut. Hania chce nalać do obu zbiorników w sumie tyle wody, ile wynosi połowa pojemności jednego zbiornika. Najpierw odkręci kran z gorącą wodą, a w jakiś czas później z zimną. Zakręci oba krany równocześnie, w chwili gdy w zbiorniku z gorącą wodą będzie jej 1,5 raza więcej niż w zbiorniku z zimną.

Ile sekund Hania powinna odczekać po otwarciu kranu z gorącą wodą, a przed odkręceniem kranu z zimną wodą?

Koniec kategorii C2

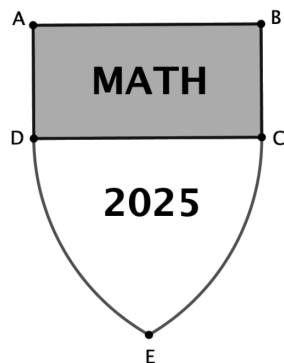
15. Herb

Na konkurs gier matematycznych w 2025 roku organizatorzy chcą opracować herb jak na ilustracji. Przyjęli następujące warunki:

$AB = CD = 12$ cm,

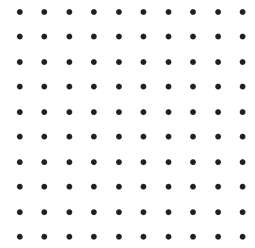
ABCD jest prostokątem, zaś DE i CE są łukami okręgów o środkach w punktach, odpowiednio, C i D.

Jaka powinna być długość odcinka AD wyrażona w centymetrach, aby pole prostokąta ABCD było takie samo jak pole tej części herbu, która jest pokolorowana na białą? Odpowiedź podaj zaokrąglając do setnych części centymetra. Jeżeli potrzeba, należy przyjąć $\sqrt{3} \approx 1,732$ oraz $\pi \approx 3,142$.



16. Niekwadratowe romby

Sto punktów zaznaczonych na planszy, po 10 w każdym rzędzie i kolumnie, znajduje się w węzłach regularnej kwadratowej siatki zbudowanej z kwadratów o boku długości



jednego centymetra. Rysujemy na planszy romby o dodatnim polu, niebędące kwadratami. Wierzchołki tych rombów pokrywają się z punktami na planszy, a długości ich boków w centymetrach wyrażają się liczbami całkowitymi.

Ile można narysować różnych rombów spełniających te warunki? Uwaga: Romby uważamy za takie same, jeśli wszystkie ich wierzchołki na planszy się pokrywają.

Koniec kategorii L1, GP

17. Kwadratura kwadratu

Na ile różnych sposobów można wykonać parkietą kwadratu 5×5 przy użyciu kwadratów o bokach całkowitych? Cały duży kwadrat musi być pokryty, mniejsze kwadraty nie mogą na siebie nachodzić (nie licząc brzegów) i uważamy dwa parkietaże za identyczne jeżeli można jeden przeprowadzić na drugi przez obrót lub dowolną symetrię kwadratu.

18. Wielokąt Mateusza

Na arkuszu z prostokątnym układem współrzędnych z jednakowymi skalami liniowymi na obu osiach, Mateusz zaznaczył następujące punkty: O (0, 0), P (2, 0), Q (2, 1) oraz R (1, 2). Następnie narysował wielokąt foremny tak, że zaznaczone punkty leżą na jego bokach. Dwa z tych punktów leżą na tym samym boku tego wielokąta i żaden z punktów O, P, Q, R nie jest jego wierzchołkiem.

Jaka jest długość boku wielokąta narysowanego przez Mateusza? Odpowiedź podaj w zaokrągleniu do setnej części. Jeżeli potrzeba, użyj $\sqrt{3} \approx 1,732$, $\sqrt{5} \approx 2,236$ oraz $\sin(\pi/5) \approx 0,588$.

Koniec kategorii L2, HC