

Informacje i wyniki na <http://www.ffjm.org/>

Jaka jest największa możliwa wartość słowa TUNISIE?

8. Szczęśliwy kwadrat

Kwadrat 4×4 jest wypełniony liczbami tak, że żadna liczba się nie powtarza. Kwadrat jest szczęśliwy, jeśli liczby są umieszczone rosnąco:

14	2	5	8
13	12	9	4
10	7	15	20
1	16	19	17

- w każdym rzędzie od lewej do do prawej;
- w każdej kolumnie z góry na dół.

Dwie liczby można zamienić miejscami, jeśli są:

- sąsiadujące (obok siebie, poziomo lub pionowo),
- lub przeciwległe (pierwsze i ostatnie w tym samym rzędzie lub kolumnie).

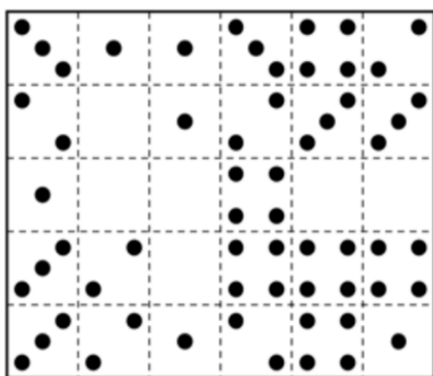
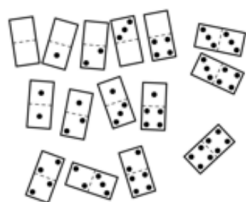
Ile co najmniej zamian należy wykonać, żeby powyższy kwadrat uczynić szczęśliwym?

Koniec kategorii CM

Uwaga do zadań od 9 do 18: aby zadanie było całkowicie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dowolne dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej niż jedno. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie).

9. Domino

Zestaw domino Tomka składa się z 15 kamieni, od podwójnego pustego do podwójnej czwórki. Tomek ułożył je w pudełku jak poniżej:



Obrysuj kontury wszystkich podwójnych kamieni domino (0–0, 1–1, 2–2 itd.)

10. Kleksy

$$\begin{array}{r} 25 \\ 11 \end{array} =$$

Matylda podzieliła liczbę 4-cyfrową przez 11, ale Mateusz zaplamił jej zeszyt.

Jaki jest wynik dzielenia, jeśli wiadomo że dzielenie było bez reszty i wynik dzieli się przez 3?

11. Lata Janusowe

0123456789

1961 2025 7130
1961 5202 0E1L

Jeśli zapiszemy 1961 na papierze używając czcionki patyczkowej, po obróceniu kartki do góry nogami dalej otrzymamy 1961. Nie będzie tak w przypadku liczby 2025, z której odczytamy 5202, ani gdy zaczniemy od 7130, z której dostaniemy 0E1L. Liczby takie jak 1961, które po obróceniu kartki do góry nogami się nie zmienia nazywamy liczbami Janusowymi.

Jak wiele lat Janusowych było od roku 1 (wliczając rok 1) do 2025?

Rok nigdy nie zaczyna się od zera.

Koniec kategorii C1

12. Jego dwie ulubione liczby

Iloczyn dwóch ulubionych liczb Mateusza jest dwukrotnością ich sumy i trzykrotnością różnicy (jeśli od większej odejmiemy mniejszą).

Podaj parę ulubionych liczb Mateusza (a ; b), gdzie $a < b$.

13. Szefowa kuchni

Utalentowana młoda szefowa kuchni wymyśliła nową metodę gotowania jajek. Muszą gotować się dokładnie 7 minut. Spieszący się klient chce zamówić takie jajko, ale okazuje się, że szefowa kuchni zapomniała swojego wyskalowanego minutnika. Na szczęście w kredensie znalazła 3 stare minutniki, jeden odmierzający dokładnie 6, drugi 10 i trzeci 15 minut.

Ile czasu minimalnie zajmie jej przygotowanie perfekcyjnie ugotowanego jajka?

Nastawiony minutnik odmierza ustalony czas do końca, nie można odmierzania przerwać ani zatrzymać.

14. Pewne liczby

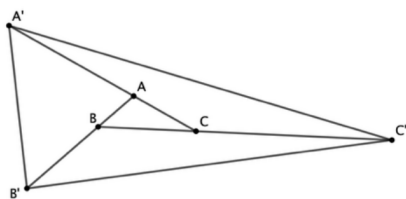
Jestem liczbą zapisaną w postaci dziesiętnej ze skończoną (być może zerową) liczbą cyfr po przecinku, większą niż 1 i mogą być zapisana jako ułamek nieskracalny $\frac{a}{b}$ dla $ab = 12600$.

Znajdź mnie!

Wynik podaj w postaci dziesiętnej, tzn. o podstawie 10 i ze skończoną liczbą cyfr po przecinku.

Koniec kategorii C2

15. Trójkątne porównanie



Zaczynając od trójkąta ABC, konstruujemy trójkąt $A'B'C'$ w następujący sposób:

- A' leży na półprostej CA tak, że $A'A = 2AC$,
- B' leży na półprostej AB tak, że $B'B = 2BA$,
- C' leży na półprostej BC tak, że $C'C = 2CB$.

Jaki jest stosunek pola trójkąta $A'B'C'$ do pola trójkąta ABC?

Wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

16. Całkowite piramidy

W roku 2025 p.n.e. Faraon kochał liczby całkowite. Na swoje urodziny otrzymał zestaw małych czworościennych piramid, w których każda z sześciu krawędzi ma długość wyrażającą się całkowitą liczbą centymetrów. Ponadto iloczyn tych sześciu liczb jest zawsze co najwyżej równy 2025, zaś wszystkie cztery ściany są trójkątami ostrokątnymi (każdy z kątów jest mniejszy niż 90°).

Jaka była największa liczba różnych piramid którą mógł otrzymać?

Dwie piramidy są równe, jeśli jedną otrzymamy z drugiej przez obrót lub symetrię.

Koniec kategorii L1, GP

17. Ułamki z dziewiątkami

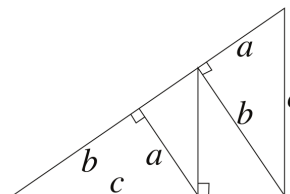
Mateusz zaczyna wypisywać ułamki $\frac{3}{2}, \frac{5}{4}, \frac{17}{16}$ w których (począwszy od drugiego ułamka) każdy z mianowników jest kwadratem poprzedniego mianownika, a każdy z liczników jest o jeden większy niż mianownik. Mnoży je przez siebie i otrzymuje wynik w postaci dziesiętnej równy 1,9921875, w którym bezpośrednio po przecinku są dwie cyfry 9. Mateusz decyduje, że będzie kontynuował wypisywanie kolejnych wyrazów wcześniej wymyślonemu ciągu ułamków i obliczanie iloczynów wszystkich dotąd wypisanych jego wyrazów. Przestaje od razu po otrzymaniu 2025 dziewiątek bezpośrednio po przecinku.

Ile łącznie wypisał ułamków?

W razie potrzeby można przybliżyć $\log_{10} 2$ jako 0,301.

18. Podobne trójkąty

Na rysunku wszystkie trójkąty są prostokątne i podobne. Dwa skrajne spośród nich są przystające.



Wiedząc, że długość b jest równa 100 metrów, podaj długości a i c zaokrąglone do najbliższej całkowitej liczby metrów.

Koniec kategorii L2, HC