

# FINAŁ XXXVIII MIĘDZYNARODOWYCH MISTRZOSTW W GRACH MATEMATYCZNYCH I LOGICZNYCH – 25 SIERPANIA 2024

Informacje i wyniki na <http://www.ffjm.org/>

## POCZĄTEK WSZYSTKICH KATEGORII

### 1. SZEŚĆ ŻETONÓW (współczynnik 1)



Mateusz musi wziąć trzy żetony spośród sześciu powyżej. Na początku wybiera żeton oznaczony liczbą jednocyfrową. Jako drugi wybiera żeton z liczbą nieparzystą. Po wybraniu trzeciego żetonu zdaje sobie sprawę, że wszystkie trzy wybrane przez niego żetony są tego samego kształtu. Matylda bierze pozostałe trzy żetony.

**Jaka jest łączna wartość liczb na żetonach Matyldy?**

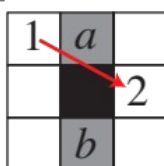
### 2. ROBOT (współczynnik 2)



Pięć kieliszków umieszczono nóżkami do góry na półce. Robot został zaprogramowany, żeby odwracać jednocześnie trzy losowo wybrane kieliszki. Robot odwraca po trzy kieliszki pewną ilość razy. Kiedy kończy, wszystkich pięć kieliszków stoi nóżkami do dołu.

**Ile co najmniej razy robot odwrócił po trzy kieliszki?**

### 3. SKOCZEK (współczynnik 3)



Matylda ćwiczy ruch skoczka szachowego na mini-szachownicy. Porusza się on po przekątnej prostokąta o rozmiarach 3 pola na 2 pola, w dowolnym kierunku. Zaczyna na polu oznaczonym cyfrą 1, a potem przeskakuje na pole oznaczone cyfrą 2. Następnie kontynuuje, odwiedzając każde pole sąsiadujące ze środkowym jednokrotnie i powraca na pole z 1.

**Jeśli Matylda w każde pole na którym postawi skoczka wpisze kolejną liczbę całkowitą, jakie liczby znajdą się w dwóch szarych polach?**

**4. PRAWDZIWE ZDANIE** (współczynnik 4)  
**Uzupełnij zdanie napisane w ramce liczbami zapisanymi przy pomocy cyfr, tak by było prawdziwe.** Cyfry 0, 2, 4, 6 i 8 są parzyste, pozostałe cyfry są nieparzyste.

25 - 08 - 2024

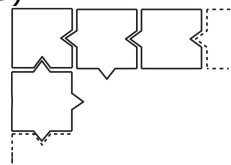
W tej ramce jest:

... cyfr parzystych;

i ... cyfr nieparzystych.

### 5. PUZZLE (współczynnik 5)

Zofia otworzyła nowe prostokątne pudełko puzzli, które mają tyle samo elementów w każdym rzędzie. Zaczyna układać od czterech rogów, potem układa wszystkie elementy krawędzi. Zawołana przez mamę, zostawia układankę. W tym czasie przychodzi jej siostra Magda i kończy układać puzzle, umieszczając sześć ostatnich elementów w środku.



**Z ilu co najmniej elementów składa się to puzzle?**

## KONIEC KATEGORII CE

### 6. DZIECI JULITY (współczynnik 6)

Julita ma ośmioro dzieci. Nie miała nigdy trojaczków, ale każde z jej dzieci ma brata bliźniaka lub siostrę bliźniaczkę. Spośród dzieci Julity:

- tylko dwie dziewczynki mają siostrę bliźniaczkę każda;
- tylko jeden chłopiec ma siostrę bliźniaczkę.

**Ile dzieci Julity ma brata bliźniaka?**

### 7. SIEDEM KART (współczynnik 7)

$$\boxed{2} \boxed{4} \times \boxed{1} \boxed{2} = \boxed{2} \boxed{8} \boxed{8}$$

$$\boxed{?} \boxed{?} \times \boxed{?} \boxed{?} = \boxed{?} \boxed{?} \boxed{?}$$

Układając tych siedem kart na stole, Mateusz dostał prawdziwą równość, wstawiając dodatkowo znak  $\times$  oraz  $=$ , a następnie zdjął karty ze stołu. Matylda wzięła je ponownie i ułożyła inną prawdziwą równość, używając znaków  $\times$  oraz  $=$ , zostawionych przez Mateusza.

**Jaki jest wynik działania Matyldy, jeśli wiadomo, że jest różny od tego, który otrzymał Mateusz?**

### 8. RAMKA ROKU (współczynnik 8)

Chcemy umieścić liczby od 1 do 12 w małych kwadratach (4, 9, 10, 11 i 12 są już umieszczone) tak, aby w każdym rzędzie i w każdej kolumnie suma czterech liczb była równa 24.

|    |    |   |    |      |
|----|----|---|----|------|
|    | 11 |   | 4  | → 24 |
| 12 |    |   |    |      |
|    |    |   | 10 |      |
|    |    | 9 |    | → 24 |
|    |    |   |    |      |
|    |    |   |    |      |
|    |    |   |    |      |
|    |    |   |    |      |

↓ 24                      ↓ 24

**Jaka liczba znajdzie się w szarym kwadracie?**

### KONIEC KATEGORII CM

*Uwaga do zadań od 9 do 18: aby zadanie było całkowicie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dowolne dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej niż jedno. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).*

### 9. WIELOKROTNE LICZBY (wsp. 9)

|   |   |   |
|---|---|---|
|   | A | B |
| C |   |   |
| D |   |   |

W tej tabeli mającej 2x2 komórki, A, B, C, i D oznaczają liczby dwucyfrowe czytane od lewej do prawej lub od góry do dołu (w każdej komórce znajduje się jedna cyfra). Żadna z tych liczb nie zaczyna się od cyfry 0.

**Wypełnij cztery komórki, wiedząc, że:**

- liczba A jest wielokrotnością 7;
- liczba B jest wielokrotnością 5;
- liczba C jest wielokrotnością 4;
- liczba D jest wielokrotnością 9;
- wszystkie wpisane cyfry są różne.

### 10. WITRAŻ (współczynnik 10)

Górna część zabytkowego witrażu pokazana jest na rysunku obok. Trzy małe zakreskowane półkola mają tę samą średnicę mierzącą 40 cm.



**Jakie jest pole białej części w cm<sup>2</sup>?**

*Uwaga: zaokrąglaj wynik do najbliższej całkowitej liczby cm<sup>2</sup>. W razie konieczności użyj przybliżenia 3,142 zamiast  $\pi$ .*

### 11. ŚWIĘTO ROKU (współczynnik 11)

Klaudiusz chce uczcić rok 2024 robiąc pudełko w kształcie prostopadłościanu o

objętości 2024 cm<sup>3</sup>.

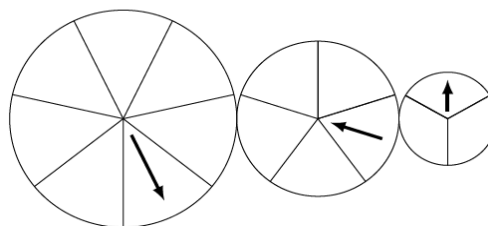
**Ile wynosi suma trzech rozmiarów pudełka, jeśli wiadomo, że wszystkie rozmiary są liczbami całkowitymi, ostro większymi od 2?**

### KONIEC KATEGORII C1

### 12. DOBRZE NAOLIWIIONA PRZEKŁADNIA (współczynnik 12)

Poniższe okrągłe koła przekładni mają średnice 3 cm, 5 cm i 7 cm.

**Ile co najmniej obrotów musi wykonać najmniejsze koło, aby wszystkie strzałki**

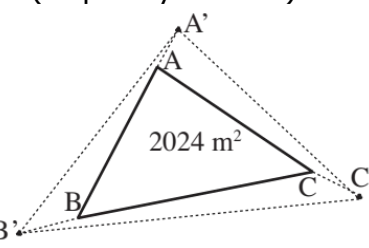


**były umieszczone pionowo i wskazywały do góry?**

*Uwaga: koła przekładni się nie ślizgają.*

### 13. DZIAŁKA MATA (współczynnik 13)

W swojej rozległej posiadłości Mat Uzalem ma trójkątną parcelę uprawną ABC o polu powierzchni równym 2024 m<sup>2</sup>.



Chciałby ją powiększyć, wycinając drzewa wokół, aby otrzymać trójkątną parcelę A'B'C', przy czym  $BA' = (4/3)BA$ ,  $AC' = (4/3)AC$  i  $CB' = (4/3)CB$ .

**Jakie jest pole powierzchni parceli A'B'C'?**

*Odpowiedź podaj w m<sup>2</sup>, zaokrąglając do najbliższej całkowitej liczby.*

### 14. TASOWANIE (współczynnik 14)

Weź w prawą dłoń pierwszą kartę z talii trzymanej figurami do dołu w lewej ręce, połóż na wierzchu niej drugą, trzecią pod spodem pierwszych dwóch, czwartą na wierzchu, piątą pod spodem itd. Karty są naprzemiennie kładzione na wierzchu i pod spodem, aż przełożymy całą talię z lewej ręki do prawej.

**Po ilu tasowaniach tego typu wrócisz do początkowej kolejności talii złożonej z 16 kart?**

### KONIEC KATEGORII C2

**15. SAMOLOTOWA PODRÓŻ** (wsp. 15)

Samolot leci ze stałą prędkością wokół kuli ziemskiej (zakładamy, że ma ona kształt idealnej kuli). Startuje z punktu o szerokości geograficznej  $60^\circ \text{ N}$  i długości  $0^\circ$ , a leci do punktu o tej samej szerokości geograficznej i długości  $180^\circ$ . Porusza się dokładnie w kierunku wschodnim i zajmuje mu to 12 godzin.

**Ile czasu zajęłoby lot, gdyby samolot leciał najkrótszą możliwą trasą?**

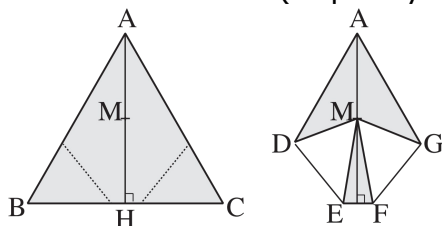
Odpowiedź podaj w godzinach i minutach, zaokrąglając do całkowitej liczby minut. W razie potrzeby użyj przybliżenia  $1,732$  jako  $\sqrt{3}$ .

**16. KULKI ANTKA** (współczynnik 16)

Antek ma 100 kulek w 3 rodzajach, nieodróżnialnych gołym okiem. Część z nich waży 20 gramów, inne 24 gramy, a pozostałe 27 gramów. Wie, że 27 gramowych kulek ma mniej niż 24 gramowych, których z kolei jest mniej niż 20 gramowych oraz że ma co najmniej po 2 kulki każdego rodzaju. Zna całkowitą łączną wagę wszystkich kulek i próbuje wywnioskować, ile ma kulek każdego rodzaju. Niestety, jest pięć różnych możliwości.

**Jaka jest łączna waga 100 kulek?**

**KONIEC KATEGORII L1, GP**

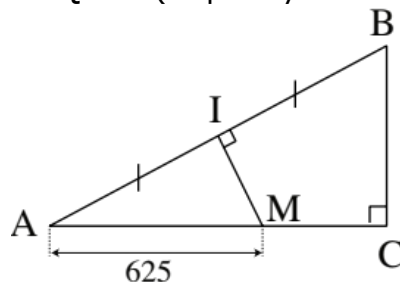
**17. ORIGAMI MATYLDY** (współczynnik 17)

Matylda wycięła trójkąt równoboczny ABC o długości boku 14 cm. Rysuje wysokość [AH] opuszczoną z punktu A i zaznacza jej środek M. Następnie zagina dwa rogi trójkąta, tak aby punkty B i C spotkały się w punkcie M.

**Ile wynosi pole pięciokąta ADEFG?**

W razie potrzeby przyjmij  $\sqrt{3}$  jako 1,732.

Podaj odpowiedź w  $\text{cm}^2$ , zaokrągloną do najbliższej całkowitej liczby  $\text{cm}^2$ .

**18. ZAPRZYJAŻNIONE TRÓJKĄTY PROSTOKĄTNE** (współczynnik 18)

Trójkąt ABC ma kąt prosty w wierzchołku C. Trójkąt AMI ma kąt prosty w I. Punkt I jest środkiem odcinka AB, a M leży pomiędzy A i C ale nie pokrywa się z żadnym z nich. Długości boków AC i BC są całkowite, oraz  $AM = 625$ , ale pozostałe długości nie muszą być całkowite.

**Jaka jest długość boku BC?**

**KONIEC KATEGORII L2, HC**



NUMWORKS

