

# Półfinał XX Mistrzostw Polski w Grach Matematycznych i Logicznych, 16.03.2024

CE	zadania 1–5	60 minut, tzn. od godz. 14:00 do godz. 15:00
CM	zadania 1–8	90 minut, tzn. od godz. 14:00 do godz. 15:30
C1	zadania 1–11	120 minut, tzn. od godz. 14:00 do godz. 16:00
C2	zadania 1–14	180 minut, tzn. od godz. 14:00 do godz. 17:00
L1, GP	zadania 1–16	180 minut, tzn. od godz. 14:00 do godz. 17:00
L2, HC	zadania 1–18	180 minut, tzn. od godz. 14:00 do godz. 17:00

## Początek wszystkich kategorii

### 1. Kolorowanie pól

Pokoloruj trzy kwadraciki poniższego diagramu tak, aby:

- w każdym rzędzie i w każdej kolumnie dokładnie jedno pole było pokolorowane;
- suma liczb w pokolorowanych polach wynosiła 15.

1	4	7
9	5	3
6	8	2

**Wypisz liczby z pokolorowanych pól od najmniejszej do największej, rozdzielając je przecinkami.**

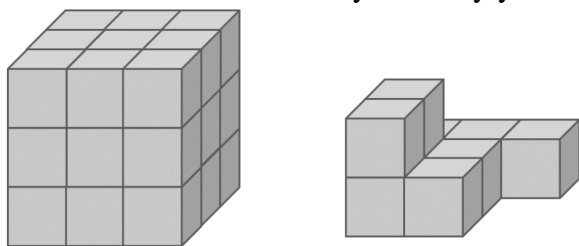
### 2. Pół i pół

Staś kupił jabłka na targu i włożył je do koszyka. Spotkał Alę i dał jej połowę jabłek z koszyka. Później spotkał Boba i dał mu połowę jabłek, które miał jeszcze w koszyku. Po powrocie do domu przeliczył, że w koszyku zostało jeszcze 5 jabłek.

**Ile jabłek Staś kupił na targu?**

### 3. Od A do Z

Asia i Zosia zbudowały takie bryły:

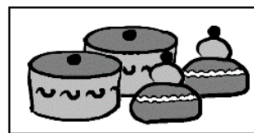


Asia zbudowała duży sześcian z małych sześcianów (bez pustych przestrzeni). Zosia chce zbudować taki sam sześcian jak Asia, ale jeszcze nie skończyła.

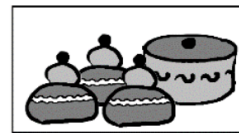
**Ile małych sześcianów potrzebuje Zosia dodać do swojej bryły?**

### 4. Urodzinowe ciasteczka

Jutro są urodziny Neli. Antek kupił te dwa zestawy ciastek za podane kwoty:

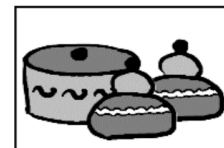


16 złotych



14 złotych

Ponieważ zapowiedziało się więcej gości niż myślał wcześniej, postanawia dokupić jeszcze dodatkowy zestaw ciastek przedstawiony obok.

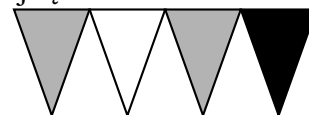


**Ile za niego zapłaci?**

### 5. Urodzinowa girlanda

Jutro są urodziny Joanny. Cecylia postanawia zrobić girlandę złożoną z trójkątów.

Powieli wzór pokazany na rysunku, ale nie kończy ostatniego powtórzenia, przerywając po przyklejeniu dwunastego szarego trójkąta.

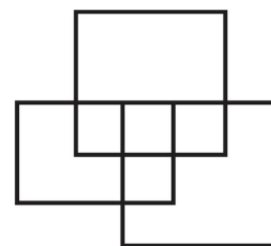


**Z ilu trójkątów składa się girlanda?**

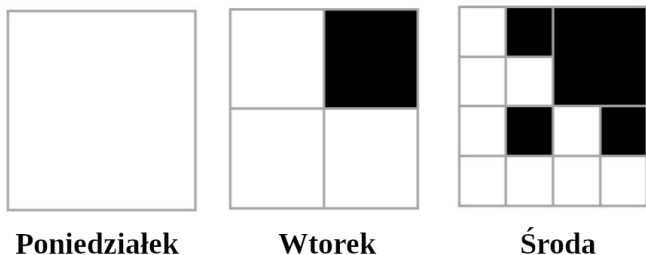
## Koniec kategorii CE

### 6. Prostokąty

**Ile kompletnych prostokątów, których boki pokrywają się z fragmentami narysowanych linii, widać na rysunku obok? Uwaga, kwadraty też są prostokątami. Nie zapomnij ich policzyć.**



## 7. Seria kwadratów



W poniedziałek Julia narysowała kwadrat na kartce papieru. We wtorek, podzieliła narysowany kwadrat na 4 kwadraty. Ponadto zaczęła zaczerpnąć jeden z nich, ten w prawym górnym rogu. W środę, postąpiła tak samo z każdym białym kwadratem, co możecie zobaczyć na rysunku. W czwartek zrobiła tak samo z każdym z pozostałych białych kwadratów, podobnie w piątek.

**Ile będzie czarnych kwadratów na rysunku Julii na koniec piątku?**

## 8. Rozładowane baterie

Gapcio ma sześcioma



bateriami i wie, że dwie z nich są rozładowane. Posiada też latarkę, która świeci po włożeniu dwóch sprawnych baterii. Gapcio chce oddać zużyte baterie do Szopa. Jeśli będzie miał szczęście, w dwóch próbach znajdzie wyładowane baterie – na przykład jeśli latarka świeci z bateriami 1 i 2 oraz z bateriami 3 i 4, to wiadomo, że wyładowane są baterie 5 i 6.

**Ile maksymalnie prób Gapcio musi wykonać, żeby znaleźć obie wyładowane baterie, przy założeniu że ma pecha, ale stosuje najlepszą strategię?**

**Koniec kategorii CM**

*Uwaga do zadań od 9 do 18: aby zadanie było całkowicie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dowolne dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej niż jedno. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie).*

## 9. Rachunek Mateusza

„A” reprezentuje pewną cyfrę różną od zera, cały czas tę samą. Oznaczmy przez  $\overline{AA}$  liczbę dwucyfrową mającą A jako cyfrę dziesiątek oraz jedność. Mateusz wykonuje następujące działanie

$$\overline{AA} \times \overline{AA} + \overline{AA} + \overline{AA}$$

i w wyniku otrzymuje liczbę o A cyfrach. Mateusz postanawia podzielić ją przez A.

**Jaką liczbę dostanie w wyniku dzielenia?**

## 10. Odrobina gotowania

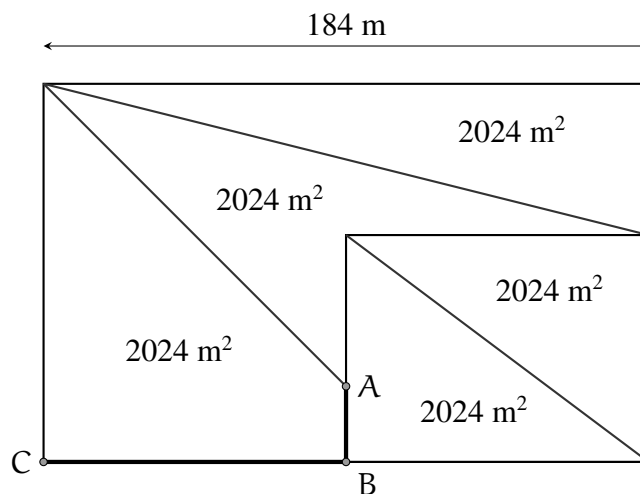
$$\text{RYŻ} + \text{SÓL} + \text{WOK} = 2024$$

W tym zakodowanym działaniu, w którym dodajemy liczby trzycyfrowe, ta sama litera zawsze zastępuje tę samą cyfrę, a ta sama cyfra jest zawsze zastępowana przez tę samą literę. To zakodowane działanie ma 2160 różnych rozwiązań. Ale tylko jedna cyfra nie pojawia się w żadnym z nich.

**Co to za cyfra?**

## 11. Pole Metropa

Jan Metrop jest właścicielem prostokątnego pola o długości 184 metrów, podzielonego na pięć działek, o polu  $2024 \text{ m}^2$  każda.



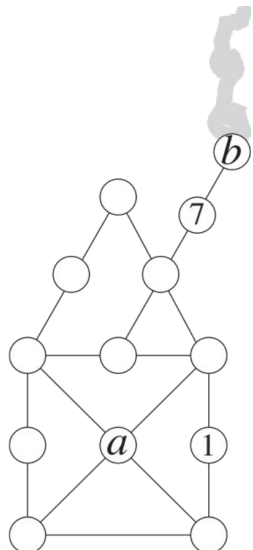
Trzy ogromne dęby rosną w punktach oznaczonych przez A, B, C.

**Jaka jest łączna długość najkrótszej ścieżki łączącej wszystkie trzy dęby A — B — C? Odpowiedź podaj w metrach, zaokrąglając do najbliższej całkowitej liczby metrów.**

**Koniec kategorii C1**

## 12. Chata Mikołaja

Umieść wszystkie liczby od 1 do 13 w kółkach w taki sposób, żeby sumy wszystkich liczb umieszczonych w polach leżących na tym samym odcinku wynosiły 24. Liczby 1 i 7 są już wpisane. Podaj liczby wpisane w pola oznaczone literami *a* oraz *b*.



## 13. Brawa dla przyszłych zwycięzców

Jak w każdym kryptarytmie, każda z liter przedstawia cały czas tę samą cyfrę, a dwie różne litery odpowiadają dwóm różnym cyfram. Ponadto, żadna z liczb nie zaczyna się od zera.

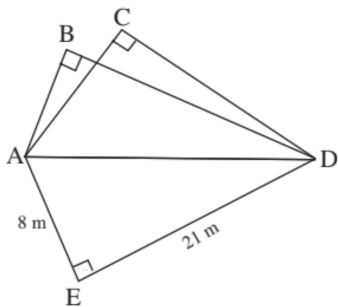
$$\begin{array}{r} \text{G R A N D} \\ + \text{B R A V O} \\ \hline = \text{X X X X X} \end{array}$$

Jaka jest największa możliwa wartość GRAND?

## 14. Łamana zamknięta

Na rysunku obok nie są zachowane proporcje, ale wiadomo, że:

- trójkąty ABD, ACD i AED są prostokątne;
- odcinek AE ma 8 metrów, odcinek ED ma 21 metrów;
- odcinek AC jest o 2 metry dłuższy niż AB;
- odcinek BD jest o 4 metry dłuższy niż CD.



Jaka jest długość łamanej zamkniętej ABDCA? Odpowiedź podaj w metrach, zaokrąglając do najbliższej całkowitej liczby metrów.

**Koniec kategorii C2**

## 15. Ułamki egipskie

$$\frac{2}{85} = \frac{1}{\phantom{85}} + \frac{1}{\phantom{85}}$$

Matylda znalazła tę równość w starym zeszycie dziadka. Dwa różne mianowniki będące liczbami naturalnymi są zakryte plamami z atramentu.

Ile wynosi suma tych mianowników?

## 16. Od 23 do 2024

Mateusz zauważył, że liczba 2024 jest podzielna przez liczbę pierwszą 23, która jest równa  $24 - 1$ . Które inne lata pomiędzy 1000 a 2024 (tzn. bez 2024) i w których cyfra dziesiątek nie jest zerem mają tę samą własność, to znaczy jednym z ich dzielników pierwszych jest liczba zbudowana z ich dwóch ostatnich cyfr pomniejszonych o 1?

**Koniec kategorii L1, GP**

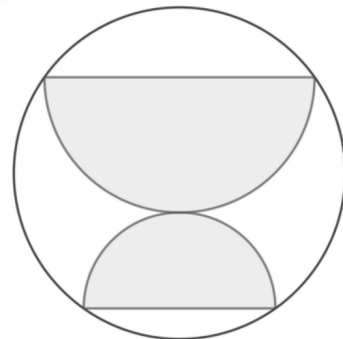
## 17. Medale i puchary

Na 38 Mistrzostwa Gier Matematycznych i Logicznych organizatorzy postanowili wykonać okrągłe medale.

Na każdym medalu znajdują się dwa styczne półkola, których średnice są równoległe. Końce obu średnic znajdują się na brzegu medalu. Pole górnego zaciemnionego półkola jest dwukrotnością pola dolnego zaciemnionego półkola.

Znajdź pole zaciemnionego obszaru, wiedząc, że średnica medalu to 8 centymetrów.

Odpowiedź podaj w  $\text{mm}^2$ , zaokrąglając do najbliższej całkowitej liczby  $\text{mm}^2$ . W razie potrzeby użyj przybliżenia  $\pi = 3,1416$  oraz  $\sqrt{2} = 1,414$ .



## 18. Skoczna numeracja

Matylda przesuwając skoczka na szachownicy  $8 \times 8$ , nie odwiedzając żadnego pola dwukrotnie. W polu, na którym stał skoczek wpisuje kolejne liczby naturalne: 1 w wyjściowe pole, 2 w pole po pierwszym ruchu i tak dalej. W pewnym momencie skoczek odwiedził ostatnie nieodwiedzone wcześniej pole pierwszego rzędu szachownicy. Matylda odczytując - od lewej do prawej - dużą liczbę złożoną z wszystkich cyfr

wpisanych w kolejnych kwadratach (bez zmiany kolejności cyfr tworzących numer danego pola) w tym rzędzie uświadomiła sobie, że liczba ta nie mogła być mniejsza.

### Co to za liczba?

*Pamiętaj, że skoczek szachowy porusza się po przekątnych prostokąta 2 na 3 w dowolnym kierunku.*

**Koniec kategorii L2, HC**