

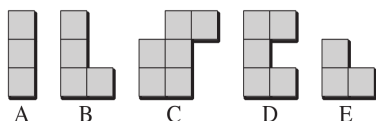
Ćwierćfinał XIX Mistrzostw Polski w Grach Matematycznych i Logicznych

- CE** uczniowie klasy III SP lub młodsi
CM uczniowie klas IV oraz V SP
C1 uczniowie klas VI oraz VII SP
C2 uczniowie klasy VIII SP i klasy pierwszej szkół średnich
L1 pozostali uczniowie szkół średnich
L2 studenci studiów pierwszego stopnia kierunków ścisłych i technicznych, które nie są licencjatami (inżynierami) kierunku ścisłego lub technicznego, nie starsi niż 26 lat
HC
 - osoby zawodowo zajmujące się matematyką i informatyką, w szczególności pracownicy naukowcy szkół wyższych, placówek naukowo-badawczych, nauczyciele matematyki i informatyki, programiści, itd.,
 - studenci studiów drugiego stopnia kierunków ścisłych i technicznych,
 - osoby, które startowały w kategorii L2 i już do niej nie należą, w ciągu dwóch lat od startu, niezależnie od dalszych studiów czy zawodu
 - finałisti etapu międzynarodowego w kategorii GP, w ciągu dwóch lat od tego finału**GP** dorośli nie występujący w kategorii L2 oraz HC, w tym uczniowie szkół pomaturalnych, studenci pozostałych kierunków studiów.

Początek wszystkich kategorii

1. Cztery części kwadratu

Z czterech spośród pięciu



przedstawionych na rysunku drewnianych części można złożyć kwadratową planszę. **Która część nie zostanie użyta?**

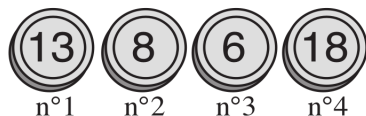
2. Znaczki

W Matlandii walutą jest ludwik. Istnieją dwa rodzaje znaczków pocztowych, za dwa ludwiki i za pięć ludwików. Żeby nadać paczkę, należy na nią nakleić znaczki kosztujące łącznie 41 ludwików. **Na ile różnych sposobów można to zrobić, jeżeli mamy wystarczającą liczbę znaczków każdego rodzaju?** Sposoby uważamy za różne, jeśli różnią się liczbą użytych znaczków o tym samym nominale.



3. Żetony

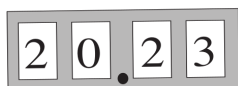
Na czterech ułożonych kolejno żetonach



wpisane są liczby 13, 8, 6 i 18. Po drugiej stronie żetonów wpisane są te same cztery liczby, ale żaden z żetonów nie ma takiej samej liczby z obu stron. Mathias zapytał Mathilde, która widziała żetony z obu stron, czy żeton numer cztery ma z drugiej strony jedną z liczb 6 albo 8. Mathilde odpowiedziała, że nie. Mathias następnie zapytał jej, czy żeton numer dwa ma z drugiej strony liczbę 18. Mathilde potwierdziła. **Jaka liczba znajduje się z drugiej strony żetonu numer jeden?**

4. Budzik

Na budziku właśnie pokazała się godzina 20:23.



Ile minut upłynie zanim na budziku wyświetli się czas przy którym wszystkie cztery pola wyświetlacza pokazują jedną, taką samą cyfrę?

5. Kwadrat magiczny

Uzupełnij przedstawiony na rysunku kwadrat magiczny liczbami naturalnymi różnymi od liczb wpisanych w inne kratki w taki sposób,

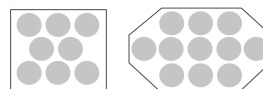
9		5	4
7	2	11	<i>a</i>
12	13		1
<i>b</i>	3	10	15

aby sumy liczb w każdej kolumnie, każdym wierszu i na obu przekątnych były równe oraz aby największa liczba wpisana w kratki kwadratu była możliwie najmniejsza. **Jakie liczby zostaną wpisane w szare kratki?** Podaj wartości odpowiadające kolejno *a* i *b*.

Koniec kategorii CE

6. Jabłka

Mathilde zerwała mniej niż sto jabłek. Do przechowywania wszystkich



zerwanych jabłek może wybrać jeden rodzaj skrzynek, albo mieszczące osiem jabłek każda albo mieszczące jedenaście jabłek każda. W obu przypadkach, po całkowitym wypełnieniu pewnej niezerowej liczby jednakowych skrzynek zostaną jej dwa jabłka. **Ile jabłek zerwała Mathilde?**

7. Daty i dzielniki

Liczba 2023 ma tę szczególną cechę, że jest podzielna przez sumę swoich cyfr (dla 2023 ta suma jest równa siedem). **Ile lat pomiędzy rokiem 2000 włącznie a rokiem 2023 włącznie ma tę cechę?**

8. Data z powtórzeniem

Chloe urodziła się 20 listopada 2011 roku. W zapisie tej daty, 20.11.2011, cyfry roku 2,0,1,1 występują dwa razy kolejno. Chloe zastanawia się ile innych dat ma podobny zapis (to znaczy zapisuje się jako $ab.cd.abcd$, przy czym dni i miesiące zawsze zapisujemy za pomocą dwóch cyfr, jeżeli potrzeba zaczynając od zera). **Ile takich dat przypada po roku 2011?**

Koniec kategorii CM

Uwaga do zadań od 9 do 18: aby zadanie było całkowicie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dowolne dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej niż jedno. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).

9. Prostokąt z sześciu kwadratów

Pewien prostokąt rozcięto otrzymując sześć kwadratów o długościach boków równych 1cm, 4cm, 5cm, 6cm, 7cm, a szósty kwadrat ma bok o długości takiej jak jeden z poprzednich pięciu. **Jaki był obwód prostokąta przed rozcięciem?**

10. Lea jedzie do Limy

W tym zakodowanym działaniu dana litera odpowiada zawsze tej samej cyfrze a dwie różne litery odpowiadają dwóm różnym cyfrom. Ponadto żadna z liczb wielocyfrowych nie zaczyna się od cyfry zero. **Ile wynosi LIMA?**

		L	E	A
+	A	M	I	
+	M	I	L	
+	E	I	L	
=	L	I	M	A

11. Domino

Mathilde i Mathias grają kładąc na przemian kostki domina na dwóch wolnych polach (stykających się jednym bokiem) kwadratowej szachownicy o 64 polach. Gracz, który nie jest w stanie wykonać ruchu przegrywa. W pewnej partii udało im się ułożyć maksymalną liczbę 32 kostek. **Jaka jest najmniejsza łączna liczba kostek na szachownicy, przy której nie ma już ruchu?**

Koniec kategorii C1

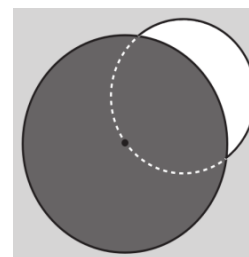
12. Sześcián Kunegundy

Kunegunda ma piękny alabastrowy sześcián, którego objętość w mm^3 zmierzyła i zapisała w zeszycie. Jej brat zrobił w tym zeszycie trzy kleksy, z których każdy ukrył jedną z cyfr zanotowanej liczby i pozostawiły widoczne pozostałe trzy, jak na rysunku. Długość krawędzi tego sześcianu wyraża się całkowitą liczbą milimetrów. **Jaka jest ta długość?**



13. Zaćmienie

Rysunek przedstawia zdjęcie zrobione w czasie zaćmienia gwiazdy Amathla przez planetę Krypton. Na tym zdjęciu koło przedstawiające gwiazdę ma średnicę 14 centymetrów i jego krawędź przechodzi przez środek koła przedstawiającego planetę, które ma z kolei średnicę równą $14\sqrt{2}$ centymetrów. **Jakie jest na tym zdjęciu pole widocznej części gwiazdy?** Odpowiedź podaj w milimetrach kwadratowych zaokrąglając do najbliższej całkowitej wielkości.



14. Prostopadłościany

Liczba 2023 rozkłada się na czynniki pierwsze w następujący sposób:

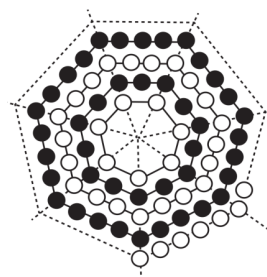
$$2023 = 7 \times 17 \times 17$$

i suma tych czynników jest równa 41. Budujemy prostopadłościan o podstawie kwadratowej, którego krawędzie mają długości równe czynnikom tego rozkładu, czyli 7, 17 i 17 centymetrów. **Ile różnych prostopadłościanów o podstawie kwadratowej można zbudować tak, aby długości krawędzi wyrażone w centymetrach były liczbami pierwszymi, których suma jest równa 41 (wliczając w to opisany wyżej prostopadłościan o krawędziach 7cm, 17cm, 17cm)?**

Koniec kategorii C2

15. Naszyjnik

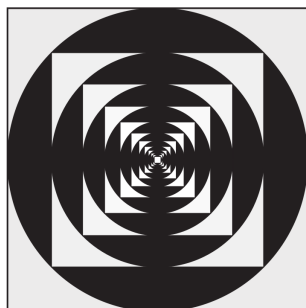
Naszyjnik zbudowany jest z koncentrycznych siedmiokątów, wzdłuż których rozmieszczone są naprzemiennie rzędy białych i rzędy czarnych



16. Złote samorodki

Koniec kategorii L1, GP

W kalejdoskopie przedstawionym na rysunku każde koło zawiera wpisany kwadrat i wszystkie wierzchołki każdego kwadratu, z wyjątkiem największego,



18. M. Elon i jego ogródek

10 metrów i 15 metrów, przecinającymi się w punkcie E. Wszystkie odcinki AD, AF, BD, BE, CE i CF mają długości wyrażające się całkowitymi liczbami metrów. **Jaka jest powierzchnia ogrodu?** Odpowiedź podaj w metrach kwadratowych zaokrąglając do najbliższej całkowitej wartości.

Koniec kategorii L2, HC