

**Початок для ВСІХ УЧАСНИКІВ**

**1. П'ЯТЬ ЧИСЕЛ**

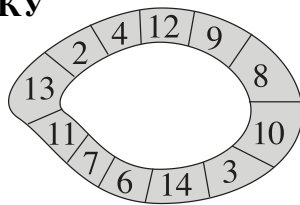
13; 19; 44; 114; 15

До кожного числа 13; 19; 44; 114; 15 ми додаємо одне й те ж число, яке менше ніж 23. Усі п'ять результатів містять щонайменше одну цифру 2.

Яке число додали?

**2. РОЗРІЗАТИ СМУЖКУ**

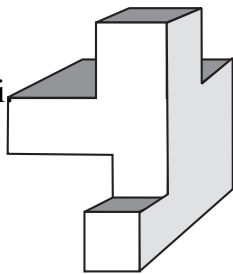
Цю смужку можна розрізати на три частини таким чином, що сума чисел, написаних на кожній із цих трьох частин, буде однаковою.



Які числа будуть на одній з трьох частин, яка містить число 13? Запишіть ці числа в порядку від найменшого до найбільшого.

**3. ДИВНА БУДІВЛЯ**

Всі грані цієї будівлі горизонтальні або вертикальні. Скільки щонайменше граней вона має, якщо врахувати грань, що контактує з землею?

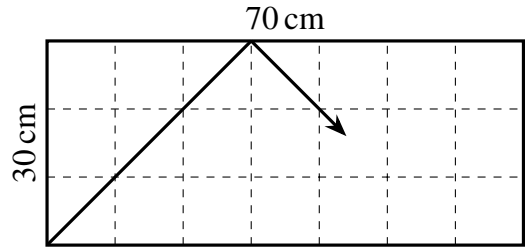


**4. ІНКРЕМЕНТНІ ЧИСЛА**

Скільки існує п'ятицифрових чисел, у яких кожна цифра, крім останньої, більша за суму цифр (або цифру, якщо є лише одна), які стоять справа від неї?

**5. БІЛЬЯРНИЙ СТІЛ ПАУЛИ**

Паула отримала прямокутний більярдний стіл розміром 70 см на 30 см.

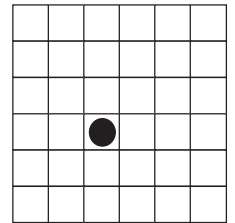


Вона грає м'ячем з кута столу по діагоналях маленьких квадратів. Коли м'яч відбивається від краю столу, то змінює напрям, але й далі рухаючись по діагоналях маленьких квадратів. Скільки разів м'яч відіб'ється від краю столу, перш ніж потрапити в кутову лузу?

**КІНЕЦЬ для СЕ УЧАСНИКІВ**

**6. ЛІЧИЛЬНІ ШАШКИ НА СІТЦІ**

На дошці Матильда поставила шашку. Вона хоче поставити більше шашок за такими правилами:



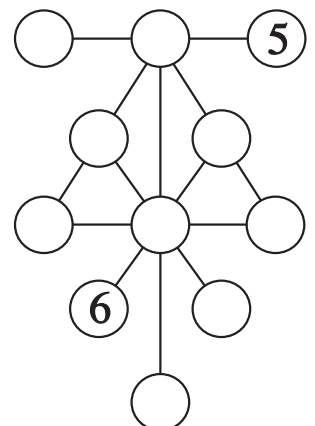
- кожен горизонтальний або вертикальний ряд не повинен містити більше двох шашок;
- квадрати, які торкаються квадрата, який містить шашку, навіть по діагоналі, повинні бути порожніми.

Скільки шашок вона може поставити найбільше, включаючи вже поставлену?

**7. ДІАГРАМА РОКУ**

Поля цієї діаграми містять всі цілі числа від 2 до 12 (цифри 5 і 6 вже розміщені). Сума трьох чисел, розташованих на одному відрізку, завжди дорівнює 23.

Заповніть діаграму.



## 8. КАРШЕРИНГ (спільне використання автомобіля)

Місто хоче заохочувати спільне використання автомобілів і вирішило підраховувати кількість людей, які проїжджають автомобілем на певній ділянці дороги. З 2550 підрахованих автомобілів: 1 з 25 автомобілів містив 5 осіб, 1 з 10 містив 4 особи, 1 з 17 містив 3 особи і 1 з 6 містив 2 особи; у всіх інших на борту була лише 1 особа.

**Скільки всього людей нарахували в 2550 автівках?**

### КІНЕЦЬ для СМ УЧАСНИКІВ

*Увага! Примітка до завдань 9-18. Щоб задачу було повністю розв'язано, ви повинні написати кількість розв'язків, і написати розв'язок, якщо цей розв'язок лише один, або написати будь-які два правильні розв'язки, якщо їх більше одного. Для всіх завдань, які можуть мати більше ніж одне розв'язання, на бланку відповідей є місце для двох відповідей (треба врахувати, що може бути лише одне розв'язання)..*

## 9. ДРУЖНІ ЧИСЛА

Два дружніх числа — це такі числа, кожне з яких ділиться на суму цифр іншого. А і В — дружні числа, обидва з проміжку між 100 і 150. Чому дорівнює число  $A+B$ , якщо відомо, що В ділиться на 23?

## 10. ВСТАВКА

А, В, X і Y — це чотири різні цифри, причому А і В відмінні від 0.

$$AB \times BA = AXUY$$

Помноживши двоцифрове число АВ на його «зворотне» (записане в зворотньому порядку), отримуємо чотирицифрове число, в якому між цифрами А і В вставлені цифри X і Y.

Умножая двухзначное число АВ на его „перевёртыш” ВА, получаем произведение АХУВ - четырёхзначное число, в котором между цифрами А и В вставлены цифры X и Y. **Яке значення має число АХУВ?**

## 11. МАГІЧНИЙ КВАДРАТ

Метью заповнив дев'ять прямокутників квадрата  $3 \times 3$  цілими числами від 1 до 9 так, щоб усі шість сум, отриманих для рядків і стовпців, були різними. Найбільша з шести сум дорівнює 24. Матильда заповнила квадрат в такий самий спосіб, але найбільша з її шести сум менша ніж 24.

2	1	6	→ 9
3	4	5	→ 12
9	8	7	→ 24
↓	↓	↓	
14	13	18	

**Якою мінімальною є ця найбільша сума?**

### КІНЕЦЬ для С1 УЧАСНИКІВ

## 12. ШИФР

У цьому шифрі одна і та ж літера завжди відповідає одній і тій же цифрі, а та сама цифра завжди кодується однією і тією ж літерою. Перша цифра багатозначного числа не може бути 0.

$$\frac{WROC}{\text{ŁAW}} = \frac{4}{3}$$

**Яке значення числа WROCŁAW?**

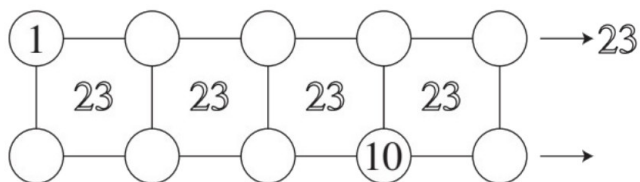
### 13. ЧАРІВНИЙ ПРЯМОКУТНИК

Заповніть цей прямокутник так, щоб він містив 15

		6		
		13	7	10
9	8			

послідовних цілих чисел. Центральне значення 13, має бути середнім значенням чисел кожного стовпця; кожного рядка; чисел, вписаних в 4-х кутах даного прямокутника; чисел, вписаних в середини чотирьох сторін прямокутника. Також 13 має бути середнім значенням і чисел, що містяться в чотирьох зафарбованих клітинках і чисел, що містяться в чотирьох заштрихованих клітинках.

### 14. ВІД ОДНОГО ДО ДЕСЯТИ



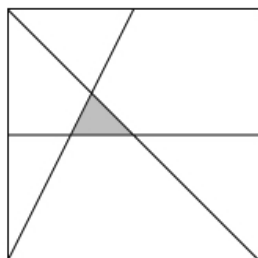
Заповніть порожні круги цієї схеми цифрами від 2 до 9 (1 і 10 вже розміщені), так щоб:

- сума чотирьох чисел, розташованих у вершинах кожного квадрата, дорівнювала б 23;
- сума чотирьох чисел, розташованих у вершинах кожного квадрата, дорівнювала б 23.

### КІНЕЦЬ для С2 УЧАСНИКІВ

### 15. САД МАТВІЯ

Матвій має квадратний сад, який перетинають три струмки, як на малюнку. Струмки входять і виходять із саду з кута, або з середини сторони.

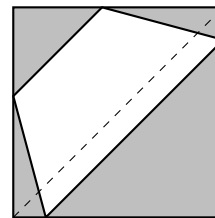


Матвій робить свій город у маленькому трикутнику між трьома струмками.

Знаючи, що його город має площу  $10 \text{ m}^2$ , яка площа всього саду Матвія (у  $\text{m}^2$ )?

### 16. ВИТИНАНКА НАТАЛІ

аталі відрізає зафарбовані сірим частини квадратного аркуша, щоб отримати трапецію, що дорівнює половині правильного

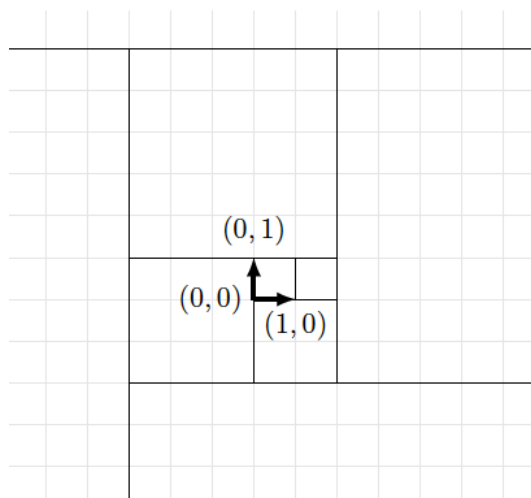


опуклого шестикутника. Дві основи трапеції паралельні одній з діагоналей квадрата (зображено пунктиром), а всі її вершини лежать на сторонах квадрата. Загальна площа чотирьох відрізнаних частин становить  $216 \text{ cm}^2$ .

Яку довжину в см має найдовша сторона трапеції, яку вона відрізала? Округліть відповідь до десятих частин см. Якщо необхідно, прийміть  $\sqrt{2}$  як 1,41 і  $\sqrt{3}$  як 1,73.

### КІНЕЦЬ для L1, GP УЧАСНИКІВ

### 17. В КВАДРАТІ

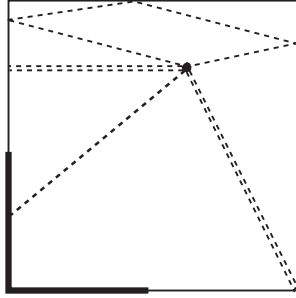


Площину покриваємо квадратами, згідно правила, яке показано на малюнку.

Яка довжина сторони квадрата, що містить точку з координатами (2023, 2023)?

## 18. ЦЕЗАР МІРІАД

Цезар Міріад — це привид, що матеріалізується в квадратній кімнаті, стіни якої є дзеркалами, за винятком двох напівстін того самого кута, на малюнку позначено жирними лініями, вигляд зверху. Якщо він стоїть, як позначено на малюнку, він бачить нескінченність своїх відображень.



Він вирішує рухатися, не торкаючись стіни, і в новому місці помічає, що бачить лише скінченну кількість своїх відображень. Озирнувшись навколо, він побачить своє відображення в скінченній кількості точок на дзеркалах.

**Яку найменшу кількість своїх відображень він бачить?**

**КІНЕЦЬ для L2, НС УЧАСНИКІВ**