

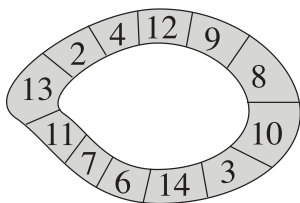
Początek wszystkich kategorii**1. Pięć liczb****13, 19, 44, 114, 15**

Do każdej z tych liczb dodajemy tę samą liczbę mniejszą od 23. Wszystkie tak otrzymane wyniki mają w zapisie co najmniej jedną cyfrę 2.

Jaka liczba została dodana?

2. Taśma do pocięcia

Można tę taśmę rozciąć na trzy kawałki w taki sposób, że suma liczb na każdym z kawałków będzie taka sama.

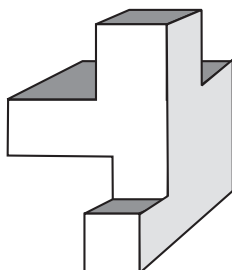


Jakie liczby znajdują się na tym samym kawałku co liczba 13? Podaj liczby od najmniejszej do największej.

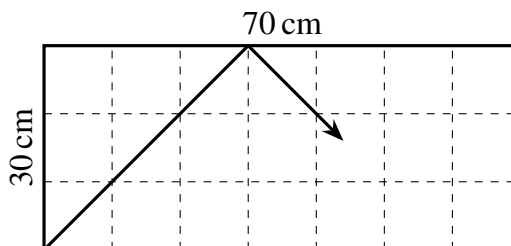
3. Śmieszny budynek

Wszystkie ściany tego budynku są pionowe lub poziome.

Ile ścian ma on co najmniej, wliczając w to ścianę mającą kontakt z podłożem?

**4. Liczby nadrosnące**

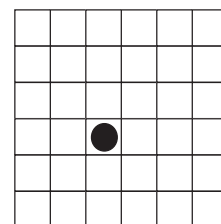
Ile jest liczb pięciocyfrowych, w których każda cyfra, z wyjątkiem ostatniej, jest większa niż suma cyfr (lub cyfra, jeżeli jest tylko jedna) stojących po jej prawej stronie?

5. Bilard Basi

Basia dostała prostokątny stół bilardowy o rozmiarach 70 cm na 30 cm. Wypuściła bilę z narożnika w taki sposób, że porusza się ona po przekątnych małych kwadratów. Gdy bila odbija się od brzegu stołu, zmienia kierunek, ale dalej porusza się po przekątnych małych kwadratów.
Ile razy bila odbije się od brzegów stołu zanim trafi do któregoś narożnika?

Koniec kategorii CE**6. Pionki na planszy**

Na tej planszy Mathilde ustawiła pionek. Chce ustawić więcej pionków przy zachowaniu następujących warunków:

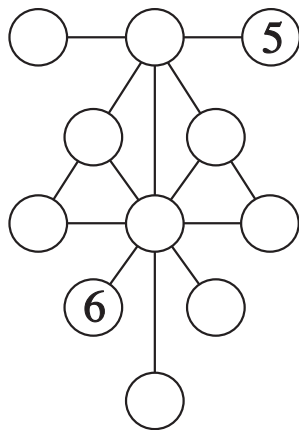


- w żadnym rzędzie ani kolumnie nie stoją więcej niż dwa pionki;
- na polach sąsiadujących z polem na którym stoi jakiś pionek, wliczając to pola sąsiadujące po skosie, nie stoi żaden inny pionek.

Ile maksymalnie uda jej się ustawić pionków, wliczając w to ten pierwszy?

7. Diagram roku

Pola tego diagramu zawierają wszystkie liczby od 2 do 12 (liczby 5 i 6 są już umieszczone). Suma trzech liczb umieszczonych w polach leżących na tym samym odcinku jest zawsze równa 23.



Uzupełnij pola diagramu.

8. Car-pooling

Pewne miasto, chcąc zachęcić do wspólnego korzystania z samochodów, przeprowadziło badania ile osób podróżuje każdym samochodem przejeżdżającym przez pewien wybrany odcinek drogi. Po zebraniu danych okazało się, że na 2550 zliczonych samochodów, w jednym na dwadzieścia pięć było pięć osób, w jednym na dziesięć były cztery osoby, w jednym na siedemnaście były trzy osoby i w jednym na sześć było ich dwie, a w pozostałych samochodach była tylko jedna osoba.

Ile łącznie było osób w tych 2550 samochodach?

Koniec kategorii CM

Uwaga do zadań od 9 do 18: aby zadanie było całkowicie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dowolne dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej niż jedno. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie).

9. Liczby zakolegowane

Dwie liczby całkowite są zakolegowane, gdy każda z nich jest podzielna przez sumę cyfr drugiej liczby. A i B są zakolegowanymi liczbami zawierającymi się pomiędzy 100 a 150.

Ile wynosi $A + B$ jeżeli wiadomo, że B jest podzielne przez 23?

10. Wstawienie

A, B, X i Y są czterema różnymi cyframi, przy czym A i B są różne od zera.

$$AB \times BA = AXYB$$

Po pomnożeniu liczb dwucyfrowych AB oraz BA, zapisanych tymi samymi cyframi ale w odwrotnej kolejności, dostajemy liczbę czterocyfrową, w której cyfry XY są wstawione pomiędzy A i B.

Jaka jest wartość liczby AXYB?

11. Kwadrat heteromagiczny

Mathias wpisał w pola kwadratu 3×3 wszystkie liczby od 1 do 9 w taki sposób, że sumy liczb w wierszach i kolumnach są różne. Największa z tych sześciu sum była równa

2	1	6	→ 9
3	4	5	→ 12
9	8	7	→ 24
↓	↓	↓	
14	13	18	

24. Mathilde również wypełniła w ten sposób kwadrat, ale największa z jej sum była znacznie mniejsza.

Jaka jest najmniejsza możliwa wartość największej z sum?

Koniec kategorii C1

12. Kryptarytm

W tym kryptarytmie ta sama litera zawsze odpowiada tej samej cyfrze a ta sama cyfra jest kodowana zawsze przez tę samą literę. Co więcej, liczby wielocyfrowe nie zaczynają się od cyfry zero.

$$\frac{WROC}{\text{ŁAW}} = \frac{4}{3}$$

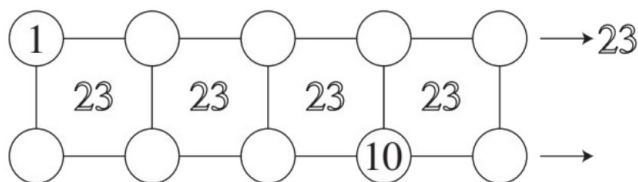
Ile wynosi WROCŁAW?

13. Magiczny prostokąt
Uzupełnij prostokąt tak, aby zawierał 15 kolejnych liczb całkowitych.

		6		
	13	7	10	
9	8			

Dodatkowo, liczba 13, umieszczona w centralnym polu, ma być średnią arytmetyczną liczb z każdej kolumny, z każdego wiersza, z czterech narożników prostokąta, z czterech pól leżących na środku każdego z boków prostokąta, z czterech pól zaznaczonych kolorem szarym i z czterech pól kreskowanych.

14. Od 1 do 10



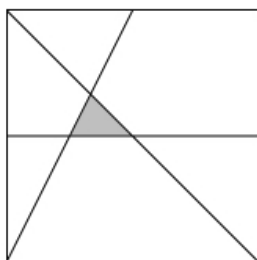
Uzupełnij okrągłe pola tego diagramu używając wszystkich liczb od 2 do 9 (1 oraz 10 są już umieszczone), w taki sposób aby:

- suma 4 liczb znajdujących się w wierzchołkach każdego kwadratu była za każdym razem równa 23,
- suma wszystkich liczb znajdujących się w górnym rzędzie diagramu była również równa 23.

Koniec kategorii C2

15. Ogród Mathiasa

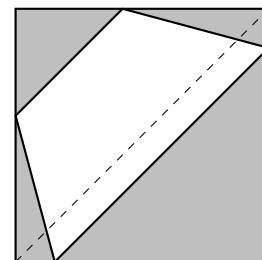
Mathias ma ogród w kształcie kwadratu, który jest przecięty trzema strumykami, jak na rysunku. Strumyki wpływają i wypływają z ogrodu albo przez wierzchołki albo przez środek któregoś boku. Mathias założył grządkę warzywną na trójkątnym terenie pomiędzy strumykami.



Wiedząc, że pole grządki warzywnej wynosi 10 m² podaj pole całego ogrodu Mathiasa w m².

16. Wycinanka Natalii

Natalia, odcinając zaznaczone na szaro części kwadratowego arkusza, otrzymała trapez będący połową sześciokąta foremnego.

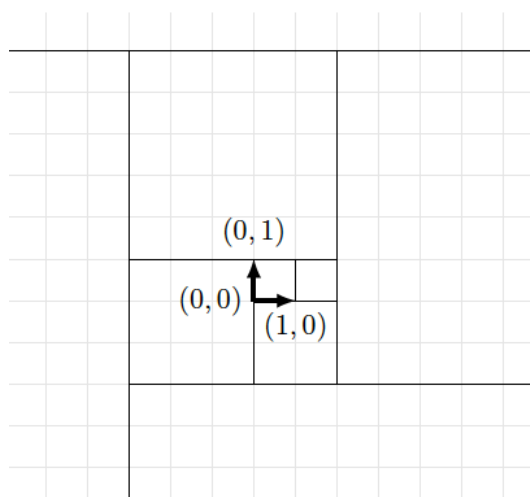


Podstawy trapezu są równoległe do jednej z przekątnych kwadratu, a wszystkie wierzchołki trapezu leżą na bokach kwadratu. Łączna powierzchnia czterech odciętych części jest równa 216 cm².

Jaka jest długość w centymetrach najdłuższego boku trapezu wyciętego przez Natalię? Odpowiedź podaj w zaokrągleniu do jednego miejsca po przecinku. W razie potrzeby przyjmij $\sqrt{2} = 1,41$ oraz $\sqrt{3} = 1,73$.

Koniec kategorii L1, GP

17. W kwadracie

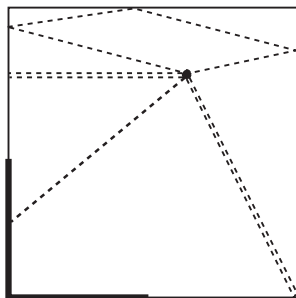


Pokrywamy płaszczyznę kwadratami, zgodnie z regułą pokazaną na rysunku.

Jaka jest długość boku kwadratu, w którym znajduje się punkt o współrzędnych (2023, 2023)?

18. Ludwik Ustereczko

L. Ustereczko to duch, który znajduje się w kwadratowej sali, na rysunku widzianej z góry, której ściany są wyłożone lustrami, z wyjątkiem dwóch połówek ścian schodzących się we wspólnym narożniku, jak na rysunku. Jeżeli Ludwik przebywa w miejscu zaznaczonym



na rysunku, może zobaczyć nieskończoną liczbę swoich odbić. Ustereczko zdecydował się przenieść, bez dotykania ścian, i w nowym miejscu widzi już tylko skończoną liczbę swoich odbić. Rozglądając się dookoła zobaczy swoje odbicie gdy skieruje wzrok na jeden ze skończonej liczby punktów na lustrach.

Ile co najmniej swoich odbić zobaczy?

Koniec kategorii L2, HC