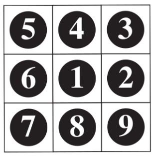
Półfinał Mistrzostw w Grach Matematycznych i Logicznych

CE uczniowie klasy III SP
CM uczniowie klas IV oraz V SP
C1 uczniowie klas VI oraz VII SP
C2 uczniowie klasy VIII SP i klasy pierwszej szkół średnich po SP
L1 pozostali uczniowie szkół średnich
L2 studenci studiów pierwszego stopnia kierunków ścisłych i technicznych
HC
- osoby zawodowo zajmujące się matematyką i informatyką, w szczególności pracownicy naukowi szkół wyższych, placówek naukowo-badawczych, nauczyciele matematyki i informatyki, programiści, itd.,
- studenci studiów drugiego stopnia kierunków ścisłych i technicznych,
- osoby, które startowały w kategorii L2 i już do niej nie należą, w ciągu dwóch lat od startu, niezależnie od dalszych studiów czy zawodu
- finaliści etapu międzynarodowego w kategorii GP, w ciągu dwóch lat od tego finału

GP dorośli nie występujący w kategorii L2 oraz HC, w tym uczniowie szkół pomaturalnych, studenci pozostałych kierunków studiów.

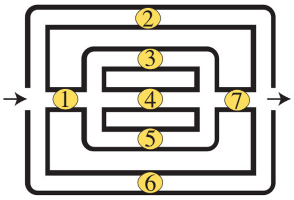
Początek wszystkich kategorii

1. Dziewięć żetonów

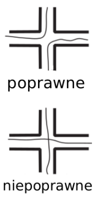


Dziewięć żetonów ponumerowanych liczbami od 1 do 9 umieszczonych jest na kwadratowej planszy zgodnie z rysunkiem. Mathias zdejmuje trzy żetony w taki sposób, aby w każdym wierszu i w każdej kolumnie pozostały po dwa żetony, a następnie oblicza sumę liczb na zdjętych żetonach. **Jaki jest największy możliwy wynik tego dodawania?**

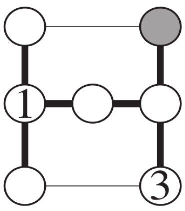
2. Nić Ariadny



Ariadna weszła do labiryntu po lewej stronie a wyszła po prawej, po zebraniu siedmiu złotych monet ponumerowanych liczbami od 1 do 7 w kolejności, którą należy odkryć. Rozwijała za sobą nić, która w żadnym miejscu się nie skrzyżowała, i nigdy nie przeszła dwa razy przez ten sam korytarz, chociaż mogła przechodzić wiele razy przez to samo skrzyżowanie korytarzy. **Jakie liczby znajdowały się na czwartej i szóstej z kolei monecie, które podniosła?**



3. Od jedynki do siódemki

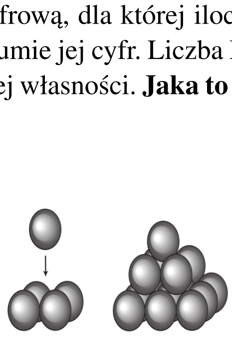


Należy umieścić liczby 2, 4, 5, 6 oraz 7 w pustych kółkach (liczby 1 oraz 3 są już umieszczone) w taki sposób, aby suma wszystkich trzech liczb leżących na każdym odcinku zaznaczonym pogrubioną kreską była równa 12, a suma wszystkich pięciu liczb leżących wokół obu małych prostokątów była równa 20. **Jaka liczba znajdzie się w szarym kółku?**

4. Liczba Mathilde

Mathilde znalazła liczbę dwucyfrową, dla której iloczyn jej cyfr jest równy podwojonej sumie jej cyfr. Liczba Mathilde jest najmniejszą liczbą o tej własności. **Jaka to jest liczba?**

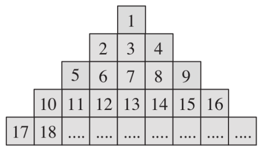
5. Kule



Mathias włożył cztery identyczne kule do dopasowanego pudełka o kwadratowej podstawie. Każda z kul styka się z dwiema sąsiednimi (i z dwoma bokami pudełka). Następnie na tych czterech kulach ustawił centralnie piątą kulę. W tej piramidzie jest zatem osiem punktów w których stykają się kule. Następnie, Mathias buduje tak samo skonstruowaną piramidę, ale z czternastu kul, dziewięciu na najniższym poziomie, czterech na środkowym i jednej na najwyższym. Podobnie jak w mniejszej piramidzie, każda kula styka się z wszystkimi sąsiednimi kulami. **Ile jest punktów w których stykają się kule w większej piramidzie?**

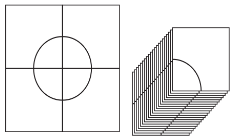
Koniec kategorii CE

6. Piramida Mathilde



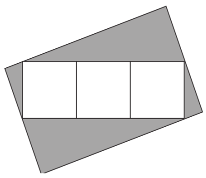
Mathilde buduje piramidę liczb. Liczby naturalne, zaczynając od 1, są kolejno wpisane w pola piramidy na kolejnych jej poziomach, rysunek pokazuje pierwszych pięć poziomów. Cała piramida Mathilde liczy dwadzieścia dwa pełne poziomy. **Ile będzie liczb nieparzystych w najniższym poziomie?**

7. Karty Mathiasa



Mathias posiada dużą liczbę identycznych kwadratowych kart, na każdej z nich z jednej strony wydrukowana jest ćwiartka okręgu łącząca środki sąsiednich boków karty. Układając odpowiednio cztery karty, tak jak na rysunku, jest w stanie utworzyć okrąg, ale układając karty inaczej może utworzyć również inne krzywe. Jeżeli Mathias zdecyduje się na użycie większej liczby kart niż cztery, **ile będzie mu ich co najmniej potrzeba dla ułożenia krzywej zamkniętej, przy założeniu, że karty nie mogą nachodzić na siebie i że nie można ich zginać?**

8. Trzy kwadraty na prostokącie



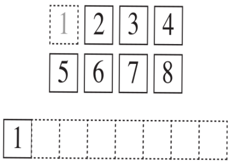
Mathias przykleił trzy białe kwadraty na szarym prostokącie. Te trzy kwadraty stykają się całymi bokami i nie nachodzą na siebie. Cztery wierzchołki białego prostokąta utworzonego z trzech kwadratów leżą na bokach szarego prostokąta, z czego dwa znajdują sie na środkach krótszych boków szarego prostokąta. Jeżeli każdy biały kwadrat ma powierzchnię równą 22 cm^2, to **jaka jest powierzchnia szarego prostokąta**?

Koniec kategorii CM

Uwaga do zadań od **9** *do* **18***: aby zadanie było całkowicie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dowolne dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej niż jedno. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).*

9. Padoki i paliki
Sylwia jest właścicielką okrągłej parceli o promieniu 20m. Zdecydowała się wygrodzić na niej dla swoich koni padoki w kształcie trójkątów równobocznych o bokach o długości 10m. W tym celu w każdym punkcie terenu, w którym znajduje się wierzchołek jednego lub wielu trójkątów umieszcza palik. **Ilu palików użyje, jeśli wygrodzi największą możliwą liczbę padoków?**

10. Osiem kart
Mathilde ma osiem kart z cyframi od 1 do 8. Położyła kartę z cyfrą 1 jako pierwszą, i chce położyć kolejno pozostałych siedem tak, aby żadna suma cyfr z dwóch kolejnych kart nie była podzielna przez 2 ani przez 3. **Jaka liczba powstanie z tak ułożonych cyfr?**

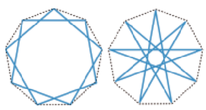


11. Suma roku
Mathilde chciałaby zapisać liczbę 2022 jako sumę wszystkich liczb od 1 do 100, każda ze znakiem + lub -, używając jak najmniejszej liczby znaków -. Ze wszystkich sumowań z najmniejszą liczbą znaków minus, Mathilde wybiera to, w którym znak minus pojawi się możliwie najbardziej na lewo (liczby są zapisane w kolejności rosnącej, od 1 po lewej stronie do 100 po prawej). Czytając liczby od lewej do prawej, **jaka będzie pierwsza ze znakiem minus?**

Koniec kategorii C1

12. Losy na loterii
Mathilde i Mathias kupili po jednym losie na loterii. Każdy los ma kod składający się z pięciu cyfr. Dwie pierwsze cyfry na losie Mathiasa to 09. Oglądając swoje losy, Mathias i Mathilde stwierdzili, że wszystkie cyfry od 0 do 9 występują w kodach i że jeżeli odczytać kody jako liczby (pomijając rzecz jasna początkowe 0 w kodzie Mathiasa), to liczba na losie Mathilde jest podwojoną liczbą na losie Mathiasa. **Jaki kod znajduje się na losie Mathilde?**

13. Gwiazdy roku
Wychodząc od wypukłego dziewięciokąta foremnego można zbudować tylko dwa różne regularne dziewięciokąty gwiaździste, łącząc co drugie wierzchołki (lub, równoważnie, co siódme) albo co czwarte wierzchołki (lub, równoważnie, co piąte). Gdyby łączyć co trzecie wierzchołki, nie otrzymalibyśmy dziewięciokąta ale trzy trójkąty. **Ile można zbudować różnych regularnych wielokątów gwiaździstych wychodząc od wypukłego wielokąta foremnego o 2022 bokach?**

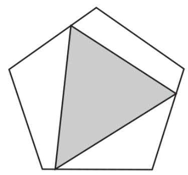


14. ARON i NORA
ARON i NORA zakodowali swoje imiona pisane wielkimi literami przy pomocy czterocyfrowych liczb, w których pierwsze cyfry są różne od zera. Dwóm różnym literom odpowiadają różne cyfry a ta sama litera jest zawsze kodowana tą samą cyfrą. Oba kody są parzyste. Kod ARON jest podzielny przez 7 a suma kodów ARON+NORA jest podzielna przez 13. **Jaki kod ma NORA?**

Koniec kategorii C2

15. Stół bilardowy
Stół bilardowy ma kształt trójkąta prostokątnego, w którym jeden z kątów ma miarę 22 stopni. Bila znajdująca się w wierzchołku kąta prostego porusza się (prostoliniowo) w kierunku środka przeciwprostokątnej, od której się odbija, następnie odbija się od przyprostokątnej i znowu od przeciwprostokątnej. Pomiędzy każdymi kolejnymi odbiciami porusza się prostoliniowo, a odbija się wg zasady, że kąt odbicia jest równy kątowi padania. **Pod jakim kątem uderzy ona w przeciwprostokątną po raz trzeci?** Podaj miarę ostrego kąta w stopniach, zaokrągloną do najbliższej liczby całkowitej.

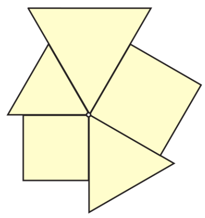
16. Trójkąt w pięciokącie
Na obwodzie pięciokąta foremnego wypukłego zaznaczamy trzy punkty wyznaczając trójkąt. **Jaka jest największa możliwa proporcja pola trójkąta do pola pięciokąta?**



Jeżeli potrzeba, należy przyjąć za $\sqrt{5} = 2,236$. Odpowiedź podaj zaokrąglając do trzeciego miejsca po przecinku.

Koniec kategorii L1, GP

17. Wielokąty Mathilde
Mathias przykleił na kartce pięć foremnych wielokątów wypukłych w taki sposób, że nie nachodzą na siebie, wszystkie mają wspólny wierzchołek i wierzchołek ten jest całkowicie otoczony przez te wielokąty. Następnie Mathilde udała się taka sama sztuka, ale z użyciem zaledwie trzech wielokątów foremnych wypukłych, a każdy z nich miał różną liczbę boków. **Jaka jest suma liczby boków wielokątów użytych przez Mathilde?** W przykładzie Mathiasa, w którym warunek różnej liczby boków w wielokątach nie jest zachowany, suma liczby boków użytych przez niego wielokątów to 3x3 + 2x4 = 17.



18. Trójkąt bardzo całkowity
Długości trzech boków trójkątnego terenu wyrażają się całkowitymi liczbami dekametrów, ponadto, wartość obwodu terenu mierzonego w dekametrach jest równa wartości jego pola mierzonego w dekametrach kwadratowych. **Jaki jest obwód tego terenu?** Odpowiedź podaj w dekametrach.

Koniec kategorii L2, HC