



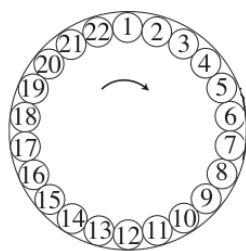
finał XVIII Mistrzostw Polski w Grach Matematycznych i Logicznych, 14.05.2022

- CE: zadania 1 – 5; czas 60 minut
 CM: zadania 1 – 8; czas 90 minut
 C1: zadania 1 – 11; czas 120 minut
 C2: zadania 1 – 14; czas 180 minut
 L1, GP: zadania 1 – 16; czas 180 minut
 L2, HC: zadania 1 – 18; czas 180 minut

Początek wszystkich kategorii

1. Dwadzieścia dwie kulki

Mathias ułożył 22 ponumerowane kulki wzdłuż wewnętrznej krawędzi boku pudełka o okrągłej podstawie, jak na rysunku. Następnie wyjął kulkę numer 1, kulkę numer 4, kulkę numer 7 i kontynuował wyciąganie co



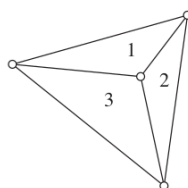
trzeciej pozostałej w pudełku kulki w kierunku zaznaczonym strzałką. Skończył kiedy w pudełku pozostały już tylko dwie kulki. **Jaka była suma liczb na dwóch kulkach, które pozostały w pudełku?**

2. Pizza

Mathilde kupiła dużą prostokątną pizzę o wymiarach 24 na 40 centymetrów. Chciałaby ją podzielić na osiem identycznych prostokątnych kawałków, dla siebie i siedmiorga swoich przyjaciół. **Na ile różnych sposobów może to zrobić?** Sposoby uważamy za różne, jeśli prostokątów nie da się na siebie dokładnie nałożyć.

3. Trójkąty

Jeżeli umieścimy na płaszczyźnie cztery punkty i połączymy je odcinkami, otrzymamy co najwyżej trzy nienakładające się trójkąty (nie liczymy dużego trójkąta powstałego z połączenia mniejszych).



Jaka jest największa liczba nienakładających się trójkątów którą można w ten sposób uzyskać umieszczając na płaszczyźnie 6 punktów? Uwaga: trzy punkty leżące na jednym odcinku nie tworzą trójkąta.

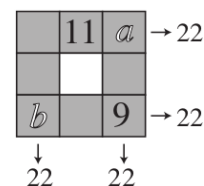
4. Cięcie roku

Mathilde dostała niepotrzebne już wielkie kartonowe cyfry. Chce je rozciąć na części tak, aby ułożyć z nich jeden duży prostokąt, bez luk i bez nakładania się części. Każdy z 45 małych kwadratów ma bok o długości 1 dm. Ponieważ karton, z którego są wykonane cyfry jest bardzo gruby, Mathilde chce jak najbardziej ograniczyć długość cięcia. **Jaka jest najkrótsza łączna długość cięć która pozwoli jej wykonać zadanie?**



5. Dookoła kwadratu

Należy rozmieścić osiem liczb od 4 do 11 w kratkach umieszczonych naokoło kwadratu, w taki sposób aby suma liczb w liniach oznaczonych strzałkami była zawsze równa 22.



Liczby 9 i 11 są już umieszczone. **Jakie liczby znajdują się w kratkach oznaczonych literami a i b?**

Koniec kategorii CE

6. Ludwikowo

W Ludwikowie walutą jest ludwik. Każda transakcja kupna jest realizowana wyłącznie monetami o nominalnej dwudziestu dziewięciu ludwików, i wszystkie ceny można opłacić bez reszty tymi monetami. Ludwik kupił grę, za którą zapłacił mniej niż 450 ludwików. Wszystkie cyfry ceny tej gry były parzyste. **Ile monet musiał wydać Ludwik aby grę kupić?** Dla przypomnienia, cyfry parzyste to 0, 2, 4, 6 i 8.

7. Tylko trzy litery

W tym zakodowanym działaniu dana litera zastępuje zawsze tę samą cyfrę, a dana cyfra jest zakodowana zawsze tą samą literą.

$$\begin{array}{r} T \quad K \quad A \\ + \quad T \quad A \quad K \\ \hline = \quad K \quad A \quad T \end{array}$$

Jaka jest wartość sumy TKA + TAK + KAT?

8. Bezsenność

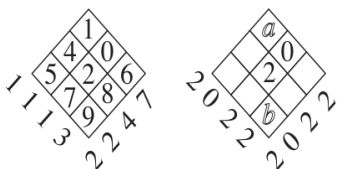
W pewnej miejscowości dzwon kościelny o pełnej godzinie wybija dwa razy więcej uderzeń niż wynosi numer godziny. Dodatkowo, wybija jedno uderzenie po kwadransie, dwa uderzenia po pół godzinie i trzy uderzenia po trzech kwadransach każdej godziny. Olek zbudził się dokładnie o pełnej godzinie, było to po północy, ale przed siódmą rano. Zbudził się tuż przed pierwszym uderzeniem wybijanym o tej pełnej godzinie. Ponownie zasnął tuż przed serią uderzeń, nie wiemy czy o pełnej czy niepełnej godzinie. W czasie gdy nie spał, naliczył 37 uderzeń w dzwon. **Jak długo pozostawał obudzony?** Odpowiedzi należy udzielić w godzinach i minutach.

Koniec kategorii CM

Uwaga do zadań od 9 do 18: aby zadanie było całkowicie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i rozwiązanie, jeśli jest jedno, albo dowolne dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej niż jedno. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).

9. Kratka roku

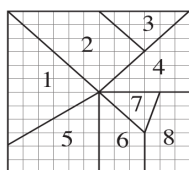
W kratki siatki po lewej stronie wpisane zostały cyfry od 0 do 9 z pominięciem cyfry 3, a następnie obliczone zostały sumy



liczb utworzonych z wpisanych cyfr w dwu możliwych kierunkach: $541+720+986=2247$ oraz $106+428+579=1113$. Chcemy w kratki siatki po prawej stronie wpisać te same cyfry, ale w taki sposób, aby obie sumy liczb przez nie utworzonych były równe 2022. Cyfry 0 i 2 są już umieszczone. **Jakie cyfry znajdują się w kratkach oznaczonych literami a i b?**

10. Układanka

Beniamin znalazł na strychu układankę. Zdjął z planszy pewną ilość elementów i zauważył, że elementy, które pozostały, mają łączne pole równe połowie pola całej układanki.



Które elementy zdjął Beniamin? Odpowiedź podaj w kolejności rosnących numerów elementów.

11. Mnożenie do odtworzenia

$$975 \times 1970 = 2022002$$

To mnożenie jest fałszywe! Dodając tę samą liczbę dodatnią do 975, do 1970 i do 2022002 można je uczynić prawdziwym. **Jaka liczbę należy dodać?**

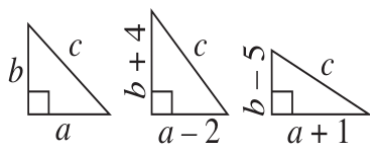
Koniec kategorii C1

12. Ośiem dzielników

Lisa zabawiła się obliczaniem sum kolejnych liczb naturalnych, i zauważyła że suma liczb od 1 do 19, równa 190, ma dokładnie 8 dzielników (1,2,5,10,19,38,95 i 190). Hugo postąpił podobnie, to znaczy obliczył sumę kolejnych liczb naturalnych od 1 do pewnej liczby mniejszej niż 19, i jego wynik również miał dokładnie 8 dzielników. **Ile jest równa suma Hugo?**

13. Trójka trójkątów

Te trzy trójkąty prostokątne mają przeciwprostokątną o takiej



samej długości c . Długości przyprostokątnych wynoszą, odpowiednio, a i b , $a - 2$ i $b + 4$ oraz $a + 1$ i $b - 5$. **Ile jest równe $a + b$?**

14. Liczby kolejnopoldzielne

Karolina wypisuje ciąg liczb całkowitych dodatnich w taki sposób, że liczba na n -tym miejscu w ciągu jest najmniejszą liczbą podzielną przez wszystkie liczby naturalne od 1 do n . Np. na piątym i szóstym miejscu w ciągu Karoliny wystąpi liczba 60, ponieważ jest ona najmniejszą liczbą całkowitą dodatnią podzielną przez 1,2,3,4 i 5, a także najmniejszą liczbą całkowitą dodatnią podzielną

przez 1,2,3,4,5 i 6. **Jaka najmniejsza liczba pojawi się czterokrotnie w ciągu Karoliny?**

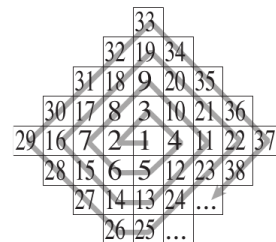
Koniec kategorii C2

15. Liczba Remo

Remo Dulot znalazł liczbę mniejszą niż 1000 o własności takiej, że jeżeli policzymy reszty z dzielenia tej liczby przez 2, przez 3, przez 5, przez 7 i przez 11 i te reszty dodamy, otrzymamy liczbę 22. **Jaka jest liczba Remo?**

16. Spirala

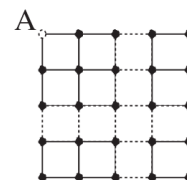
Budujemy następującą spiralę. W spirali tej liczba 36 znajduje się dokładnie nad liczbą 22. **Jaka liczba znajdzie się dokładnie nad liczbą 2022?**



Koniec kategorii L1, GP

17. Sad

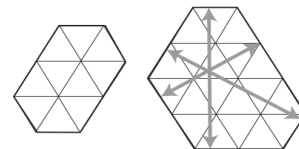
Pan Sadowy chciałby obsadzić kwadratową parcelę o boku równym 60m drzewami umieszczonymi dokładnie we wszystkich wierzchołkach siatki kwadratowej,



składającej się z całych kwadratów w liczbie co najmniej czterech i wypełniającej całą parcelę. Odległość pozioma i pionowa pomiędzy sąsiednimi drzewami powinna wyrażać się liczbą całkowitą i być nie mniejsza niż 3m. **Jaka powinna być ta odległość pozioma i pionowa pomiędzy sąsiednimi drzewami, aby pan Sadowy z punktu A mógł zobaczyć więcej niż 58% swoich drzew?** Uwaga: średnice młodych drzewek uważamy za pomijalne i nie liczymy drzewa posadzonego w punkcie A jako widocznego z punktu A, ale liczymy je oczywiście do ogólnej liczby drzew.

18. Sześciokąty równokątne

Naklejając identyczne trójkąty równoboczne na arkusz papieru Mathias zabawia się w budowanie sześciokątów wypukłych,



bez otworów, których wszystkie kąty są równe 120 stopni. Ma 322 identyczne trójkątne naklejki. Używając ich wszystkich Mathias zbudował sześciokąt wypukły, przy czym rozmiar arkusza papieru, na którym naklejał, nie pozwalał mu na przekroczenie liczby 20 warstw w żadnym z kierunków zaznaczonych na rysunku. **Jakie są długości sześciu boków zbudowanego sześciokąta, jeżeli za jednostkę przyjmijemy długość boku trójkąta?** Odpowiedzi podaj w kolejności rosnących wartości.

Koniec kategorii L2, HC