

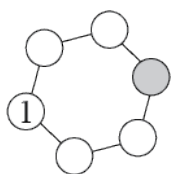
# Ćwierćfinał XVII Mistrzostw Polski w Grach Matematycznych i Logicznych

- CE** uczniowie klasy III SP  
**CM** uczniowie klas IV oraz V SP  
**C1** uczniowie klas VI oraz VII SP  
**C2** uczniowie klasy VIII SP i klasy pierwszej szkół średnich po SP  
**L1** pozostali uczniowie szkół średnich  
**L2** studenci studiów pierwszego stopnia kierunków ścisłych i technicznych  
**HC**
  - osoby zawodowo zajmujące się matematyką i informatyką, w szczególności pracownicy nauki szkół wyższych, placówek naukowo-badawczych, nauczyciele matematyki i informatyki, programiści, itd.,
  - studenci studiów drugiego stopnia kierunków ścisłych i technicznych,
  - osoby, które startowały w kategorii L2 i już do niej nie należą, w ciągu dwóch lat od startu, niezależnie od dalszych studiów czy zawodu
  - finaliści etapu międzynarodowego w kategorii GP, w ciągu dwóch lat od tego finału**GP** dorośli nie występujący w kategorii L2 oraz HC, w tym uczniowie szkół pomaturalnych, studenci pozostałych kierunków studiów.

## Początek wszystkich kategorii

### 1. Banda sześciorga

W kołach figury należy umieścić wszystkie liczby od 1 do 6 (1 jest już wpisane). Należy to zrobić tak, aby suma liczb w dwóch sąsiednich kołach była zawsze równa 6, 7 lub 8.



**Jaka liczba znajdzie się w szarym kółku?**

### 2. Potrójne wymaganie

W pola kratki wpisane są wyłącznie wartości 1, 2 i 3, ale zapisane trzema różnymi metodami: przy użyciu cyfr arabskich (1, 2, 3), liczb rzymskich (I, II, III) i stron kostki do gry

1		III
		?

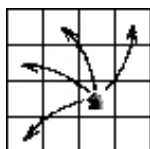
; ; .

W każdym wierszu i w każdej kolumnie znajdują się wszystkie trzy wartości i wszystkie trzy rodzaje zapisu.

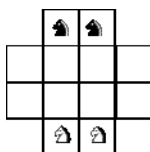
**Co zawiera szara kratka?**

### 3. Zamiana skoczków

Przypomnijmy że w grze w szachy skoczek porusza się po przekątnych prostokąta o bokach długości 2 i 3 (jak na obrazku).



**Jaka jest najmniejsza liczba ruchów pojedynczego skoczka, w której, na przedstawionej miniszachownicy w formie krzyża, czarne skoczki zajmą miejsce białych a białe czarnych?**



### 4. Kostka Mathilde

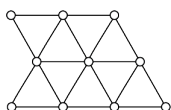
Mathilde sklepiła z kartonu kostkę do gry. Na rysunkach przedstawione są trzy widoki tej kostki.



**Jaka liczba jest wpisana na spodniej stronie w widoku po prawej?** Uwaga: Mathilde nie wpisała liczb w sposób taki, jak na zwykłych kostkach, które można kupić.

### 5. Kamery monitoringu

Rysunek przedstawia dzielnicę Matematowa. Jest w nim dziesięć skrzyżowań (zaznaczonych kółkami) i osiemnaście ulic (zaznaczonych odcinkami nieprzecinającymi kółek).



Chcemy monitorować każde skrzyżowanie co najmniej jedną kamerą. Każda kamera musi być umieszczona na jakimś skrzyżowaniu, monitoruje wtedy to skrzyżowanie oraz wszystkie najbliższe skrzyżowania, do których z miejsca umieszczenia kamery prowadzi ulica. **Jaka jest najmniejsza liczba kamer, dla której jest to możliwe?**

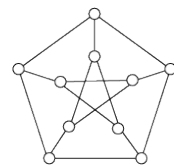
## Koniec kategorii CE

### 6. Szczęśliwy rok

Liczba 2020 jest podzielna przez 4 ( $2020:4 = 505$ ) i suma jej cyfr jest równa 4 ( $2+0+2+0 = 4$ ). Mathilde woli jednak liczbę 7, ponieważ uważa, że przynosi jej szczęście. **Jaki będzie najbliższy rok, który będzie podzielny przez 7 i którego suma cyfr będzie równa 7?**

### 7. Kolory

Dziesięć wierzchołków przedstawionej figury należy pokolorować tak, aby żadne dwa wierzchołki połączone krawędzią nie były tego samego koloru.



**Jaka jest najmniejsza potrzebna liczba kolorów?**

### 8. Atak kata

Maszyna kata wybierająca datę wykonania wyroku wyświetla datę w postaci ośmiu cyfr wyświetlanych od lewej do prawej, dwie na numer dnia (od 01 do 31), dwie na numer miesiąca (od 01 do 12) i cztery na numer roku. W ten sposób, drugi lutego 2020 wyświetli się jako 02022020. Mówimy, że taki zapis jest palindromem, gdyż po odwróceniu kolejności cyfr dostajemy ten sam zapis. Pierwsza data-palindrom w obecnym tysiącleciu to był 10 lutego 2001: 10022001. **Jaka będzie ostatnia taka data tego tysiąclecia? Wpisz osiem wyświetlonych cyfr.** Uwaga: trzecie tysiąclecie obejmuje lata od 2001 do 3000 włącznie.

## Koniec kategorii CM

*Uwaga do zadań od 9 do 18: aby zadanie było całkowicie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i rozwiązanie, jeśli jest jedno, albo dowolne dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej niż jedno. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).*

### 9. Wiek Archibalda

W 2020 Archibald będzie obchodził specjalne urodziny. Jego wiek będzie wówczas równy liczbie utworzonej przez dwie ostatnie cyfry roku, w którym się urodził. **W którym roku urodził się Archibald?**

### 10. Sejf

Jaki jest kod otwierający sejf z rozwiązaniami zadań na finał Gier Matematycznych i Logicznych, jeżeli wiadomo, że

- **3-4-7-6** ma trzy cyfry występujące w kodzie, co więcej, są one na właściwych miejscach,
- **3-5-6-8** ma dwie cyfry występujące w kodzie, z czego jedna jest na właściwym a jedna na niewłaściwym miejscu,
- **3-5-7-8** ma dwie cyfry występujące w kodzie, i są one na właściwych miejscach,
- **9-6-4-3** ma trzy cyfry występujące w kodzie, i wszystkie są na niewłaściwych miejscach.

### 11. Dwa razy TTAAK

$$(TAK)^2 = 2 \times TTAAK$$

W tym zakodowanym działaniu jednej literze odpowiada zawsze ta sama cyfra, a ta sama cyfra jest zawsze zakodowana tą samą literą. **Jaka jest wartość TAK?**

**Koniec kategorii C1**

### 12. Dwa razy trzy

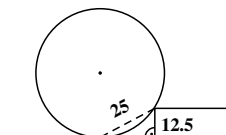
Sześć parami różnych liczb zapisano w różnych miejscach na obwodzie koła. Każda z tych liczb jest równa iloczynowi swoich bezpośrednich sąsiadów. Trzy z nich są liczbami naturalnymi, a trzy pozostałe są ułamekami o liczniku równym 1. **Jaka jest suma tych sześciu liczb, skoro wiadomo, że ta suma jest liczbą naturalną?**

### 13. Żetony w trzech kolorach

W worku jest sześć żetonów, dwa niebieskie, dwa zielone i dwa czerwone. Każdy niebieski jest wart 1 punkt, każdy zielony 2 punkty, a każdy czerwony 3 punkty. Wyciągamy z worka jeden żeton, a następnie, bez wrzucania pierwszego z powrotem do worka, wyciągamy z niego drugi. Żetony o tym samym kolorze są rozróżnialne, na przykład wyciągnięcie najpierw niebieskiego „a” a następnie niebieskiego „b” uważamy za inne od wyciągnięcia najpierw niebieskiego „b” a później „a”. Również wyciągnięcie pewnego żetonu w jednym kolorze, a następnie w innym uważamy za odróżnialne od wyciągnięcia tych samych żetonów w odwrotnej kolejności. **Na ile sposobów można wyciągnąć żetony warte łącznie co najmniej 4 punkty?**

### 14. Koło

Koło mojego rowerka opiera się o schodek o wysokości 12,5 cm. Odległość pomiędzy punktem styczności koła z podłożem i ze schodkiem wynosi 25 cm.



**Jaki jest, w centymetrach, promień mojego koła?**

**Koniec kategorii C2**

### 15. Pola i obwody

Pewien prostokąt ma obwód równy 65 cm. Dzielimy ten prostokąt na dziewięć mniejszych prostokątów za pomocą linii równoległych do jego boków.

G	ob: 14cm	M
ob:28cm	pole?	ob:26cm
I	ob: 18cm	L

Obwody niektórych z tych prostokątów są zaznaczone na rysunku. Suma pól czterech prostokątów pokolorowanych na szaro jest równa 120 cm<sup>2</sup>. **Jakie jest w cm<sup>2</sup> pole środkowego prostokąta?** Uwaga: rysunek nie odaje proporcji.

### 16. Ostatnia karta

Bierzemy talię 2020 kart opisanych numerami kolejno od 1 na górze talii do 2020 na dole. Numery znajdują się na spodniej, niewidocznej w czasie gry stronie. W czasie gry pierwszą z góry kartę przekładamy na spód talii, a drugą eliminujemy i odkładamy na osobny stosik. Następnie powtarzamy czynności, pierwszą kartę przekładamy na spód, a drugą eliminujemy. Kontynuujemy tak długo, aż zostanie nam w ręku tylko jedna karta, którą odwracamy i odczytujemy numer. **Jaki numer odczytamy?**

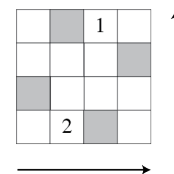
**Koniec kategorii L1, GP**

### 17. Wielki sad

Augustine planuje zasadzić sad jabłkowy na działce o kształcie prostokąta. Dostała do posadzenia 2020 drzewek. Automatyczny system nawadniania wymaga, aby posadzić je w wierzchołkach regularnej siatki złożonej z trójkątów równobocznych o boku 5m. Dodatkowo, żadne drzewo nie może zostać posadzone w odległości mniejszej niż 10m od granicy sadu. **Jaka jest najmniejsza możliwa powierzchnia sadu zaokrąglona do najbliższej całkowitej liczby metrów kwadratowych?**

### 18. Ściśnięte iloczyny

Każda z liczb od 1 do 16 powinna zostać wpisana w jedno z pól przedstawionej planszy 4 × 4 (liczby 1 i 2 są już wpisane). Iloczyny wszystkich czterech liczb z danego rzędu powinny być parami różne i rosące



od dołu do góry (zgodnie z narysowaną strzałką). Największy iloczyn powinien być 1,04 raza większy od najmniejszego. Każdy z tych iloczynów powinien być również iloczynem wszystkich liczb w danej kolumnie, w kolejności od najmniejszego po lewej do największego po prawej (zgodnie z narysowaną strzałką). **Jaki będzie iloczyn czterech liczb wpisanych w szare kratki?**

**Koniec kategorii L2, HC**