

Półfinał XVII Mistrzostw Polski w Grach Matematycznych i Logicznych

CE:	zadania 1 – 5;	czas 60 minut
CM:	zadania 1 – 8;	czas 90 minut
C1:	zadania 1 – 11;	czas 120 minut
C2:	zadania 1 – 14;	czas 180 minut
L1, GP:	zadania 1 – 16;	czas 180 minut
L2, HC:	zadania 1 – 18;	czas 180 minut

Początek wszystkich kategorii

1. Ich ulubione cyfry

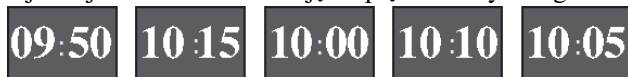
Matylda i Mateusz uwielbiają cyfry 5 i 7. Zapisali je przy użyciu takich samych kwadracików.



Jaka będzie największa możliwa liczba pokrywających się w całości kwadracików jeżeli taką siódmkę nałoży się na piątkę? Można siódmkę obrócić lub odwrócić przed nałożeniem na piątkę.

2. Zegary

W jednej chwili zrobiono zdjęcia pięciu różnym zegarom.



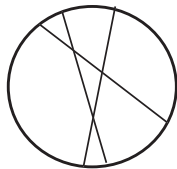
Na każdym z nich pierwsze dwie cyfry reprezentują godzinę a ostatnie dwie reprezentują minuty. Jeden zegar spieszył się o 10 minut, inny o 5 minut, a jeszcze inny spóźnił się o 15 minut, natomiast jeden był całkiem zepsuty. Tylko jeden z zegarów wskazywał prawidłową godzinę. **Jaka była godzina zrobienia zdjęcia?**

3. Razem trzydzieści trzy

Matylda zauważyła, że dodając numer swojego domu do numeru domu jej kuzyna Matemateusza otrzymała liczbę trzydzieści trzy. Wiemy, że numer jej domu wyraża się liczbą mniejszą niż numer domu Matemateusza, ale to nie wystarcza do odgadnięcia tych numerów. **Ile jest różnych kombinacji numerów domów Matyldy i Matemateusza?**

4. Źle podzielona pizza

Mathias chciał podzielić pizzę wielkim nożem. Robiąc trzy proste cięcia podzielił pizzę na siedem bardzo nierównych kawałków.



Jaka jest największa możliwa liczba kawałków na jakie podzielona będzie jego pizza, jeżeli wykona jeszcze jedno proste cięcie?

5. Od 1 do 8

Matylda chce umieścić liczby od 1 do 8 w tabelce w taki sposób, aby spełnione były oba warunki:

1			
		2	3

- suma dwóch liczb w każdej kolumnie była taka sama
- suma czterech liczb w każdym rzędzie była taka sama.

Liczby 1,2 i 3 są już rozmieszczone. Pomóż Matyldzie wpisać pozostałe. **Jaka liczba będzie wpisana w szare pole?**

Koniec kategorii CE

6. Dwa prostokąty

Mateusz wyciął dwa prostokąty o szerokości 17cm i długości 20cm, jeden z białego papieru a drugi z czerwonego. Obrócił potem biały prostokąt o 90 stopni i położył go na prostokącie czerwonym w taki sposób, aby zasłonić jak największą powierzchnię czerwoną. **Jakie jest pole w cm² czerwonej powierzchni, która pozostała widoczna?**

7. Puzzle

Producent puzzli wytwarza je w dwóch rodzajach. Z jednej płyty drewnianej może wyprodukować 100 sztuk pierwszego rodzaju albo 80 sztuk drugiego rodzaju. W jednym i drugim przypadku cała płyta zostaje zużyta i nie ma odpadów. Różnica w wadze pomiędzy oboma rodzajami puzzli wynosi 50 gramów. **Ile, w kilogramach, waży drewniana płyta?**

8. Wielka powtórka

W działaniu zapisanym w systemie dziesiętnym jedna cyfra jest zawsze reprezentowana tym samym symbolem, a każdy symbol reprezentuje zawsze tę samą cyfrę.

$$\clubsuit\clubsuit \times \diamond\diamond = \heartsuit\heartsuit\spadesuit\spadesuit$$

Cztery użyte symbole odpowiadają zatem czterem różnym cyfrom. **Jaka liczba jest zakodowana przez**

$$\heartsuit\heartsuit\spadesuit\spadesuit?$$

Koniec kategorii CM

Uwaga do zadań od 9 do 18: aby zadanie było całkowicie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i rozwiązanie, jeśli jest jedynie, albo dowolne dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej niż jedno. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).

9. Trochę jabłek

Matylda ma więcej niż jedno, ale mniej niż dwieście jabłek w swoim wózku. Jeżeli podzieli je na pełne koszyki mieszczące po 12 jabłek, zostanie jej jedno, jeżeli na pełne koszyki mieszczące po 14 jabłek, też zostanie jej jedno. Gdy podzieli je na pełne koszyki mieszczące po 21 jabłek, również zostanie jej jedno. **Ile jest jabłek w wózku Matyldy?**

10. Przekątne

Mateusz narysował nieregularny pięciokąt i stwierdził, że przekątne przecinają się w pięciu różnych punktach wewnątrz figury. **Jaka jest największa liczba różnych punktów przecięcia przekątnych w nieregularnym siedmiokącie?**

11. Kalendarz Amelii

Amelia ma zapas kalendarzy na rok 2020, które nie sprzedały się z początkiem roku. **W jakich latach w XXI wieku będzie można użyć tych samych kalendarzy zmieniając tylko rok (i ignorując ruchome święta)?** Przypominamy, że XXI wiek biegnie od 1. stycznia 2001 do 31. grudnia 2100, i że lata przestępne w wieku XXI to te, których numer jest wielokrotnością liczby 4, ale nie jest wielokrotnością liczby 100.

Koniec kategorii C1

12. Czworóścian

Ben chciałby skonstruować kostkę do gry w kształcie czworóścianu foremego. Na każdej ścianie ma się znaleźć jedna z liczb naturalnych od 1 do 9, przy zachowaniu następujących warunków:

- wszystkie cztery liczby są parami różne
- suma czterech liczb jest równa 20
- liczby umieszczone na sąsiadujących ścianach różnią się o więcej niż jeden.

Znajdź cztery liczby, które znajdują się na kostce i wypisz je od najmniejszej do największej.

13. Odcinek do podzielenia

Anais ma odcinek o długości 20cm i chce go podzielić na trzy części tak, aby dało się z tych części ułożyć trójkąt równoramienny (niezdegenerowany). Każda część ma długość wyrażoną całkowitą liczbą centymetrów. **Ile różnych trójkątów może ona zbudować?**

14. Siedmiobint

Przechodząc przez ten labirynt należy dodać do siebie liczby z wszystkich odwiedzonych pól. Poruszać się można z pola na pole o ile mają one wspólny bok. Zabronione jest powtórne przechodzenie przez to samo pole.

		Entrée ↓		
187	207	237	187	
237	187	237	207	
207	187	187	237	
187	207	207	187	
207	187	237	207	Sortie →

Podaj przebieg trasy wartej 2020 punktów od zaznaczonego wejścia (Entrée) do wyjścia (Sortie) (używając skrótów G–góra, D–dół, L–lewo, P–prawo). Na przykład trasie, w której najpierw idziemy raz w prawo, a potem cały czas w dół odpowiada ciąg PDDDD.

Koniec kategorii C2

15. Kostka

Magda ma dwudziestościenną kostkę, na której ścianach są liczby 1,2,3,...,20, przy rzucie tą kostką każda z liczb naturalnych od 1 do 20 wypada z prawdopodobieństwem $\frac{1}{20}$. Magda wykonała trzy rzuty tą kostką i dodała liczby, które wypadły. **Jakie jest prawdopodobieństwo, że otrzymała sumę równą 23?** Wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

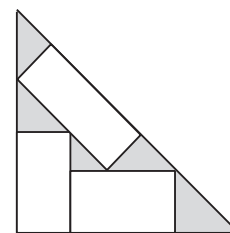
16. Wakacje w Syltansji

Adelajda spędza wakacje w Syltansji. W tym kraju nie ma już monet i używa się wyłącznie czterech rodzajów banknotów o nominałach 63, 77, 99 i 239 ludwików. Adelajda, kupując swojej siostrze Sophie prezent o wartości 2020 ludwików, zapłaciła dokładną kwotę przy użyciu wszystkich czterech rodzajów banknotów, a liczba użytych banknotów każdego rodzaju była nieparzysta. **Ile banknotów każdego rodzaju użyła?** Wypisz je w kolejności od najniższego do najwyższego nominału.

Koniec kategorii L1, GP

17. Projekt budowy

Na działce w kształcie prostokątnego trójkąta równoramiennego Archie Tekt planuje skonstruować muzeum, które będzie się składać z trzech budynków o rzucie prostokątnym, rozmieszczonych tak jak na rysunku.



Rozmiary tych budynków nie są jeszcze określone, ale będą one zajmować największą możliwą powierzchnię, przy zachowaniu punktów styku między budynkami oraz między budynkami a krawędziami działki. Powierzchnie niezabudowane zostaną pokryte trawnikiem. Cała działka ma 2020m^2 . **Jaką powierzchnię w zaokrągleniu do najbliższej całkowitej liczby metrów kwadratowych będzie miał trawnik?**

18. Dowcipne kwadraty

Mateusz znalazł specjalny rodzaj liczb. Jeżeli policzy się kwadrat takiej liczby, a następnie najstarszą (czyli najbardziej znaczącą) cyfrę zwiększy się o jeden o ile jest ona mniejsza od 9, a skreśli się ją w przeciwnym wypadku razem z zerami bezpośrednio za nią występującymi poza zerem na pozycji jedności, otrzyma się znów kwadrat liczby całkowitej. Przykładem takich liczb są np. 24, 45 lub 95. **Jaka liczba trzycyfrowa ma taką własność?**

Koniec kategorii L2, HC