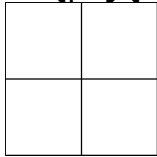


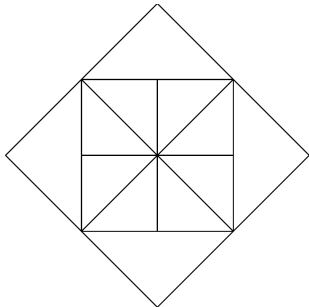
POCZĄTEK WSZYSTKICH KATEGORII

1. Ukryte kwadraty (współczynnik 1)

Alicja poprosiła Bartka o policzenie kwadratów na następującym rysunku.



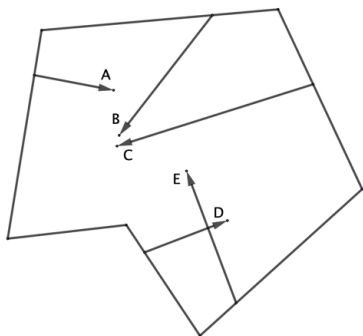
Bartek poprawnie odpowiedział, że jest ich pięć, jeden większy, zawierający cztery mniejsze. Bartek sporządził potem następujący rysunek i poprosił Alicję o to samo.



Ile kwadratów można naliczyć na drugim rysunku?

2. Samoloty (współczynnik 2)

Matylda leży na ziemi i obserwuje fragment nieba ograniczony wielokątem przedstawionym na rysunku.



Zauważa w polu widzenia 5 samolotów wraz ze smugami kondensacyjnymi, które za sobą zostawiają. Wszystkie samoloty poruszają się z tą samą obserwowalną prędkością.

W jakiej kolejności samoloty będą opuszczać pole widzenia Matyldy?

Podaj nazwy samolotów od pierwszego, który opuści jej pole widzenia, do ostatniego.

3. Kłódka (współczynnik 3)

Mateusz chce ustawić pięciocyfrowy kod na swojej nowej kłódce, przy następujących warunkach:

- kod ma postać ABABA,
- suma cyfr kodu jest równa 26.

Ile różnych kodów Mateusz ma do dyspozycji?

4. Cyfry 2026 (współczynnik 4)

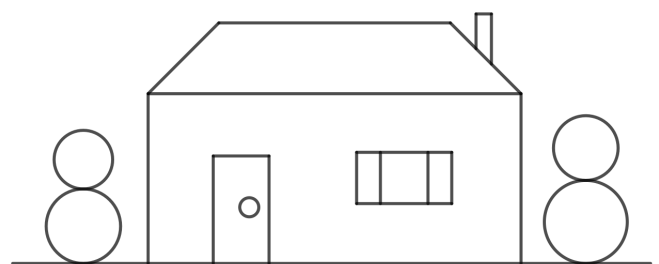
Przy użyciu czterech cyfr roku 2026 (jedno 0, dwie 2, jedna 6) Matylda zapisała najmniejszą możliwą liczbę (ale niezaczynającą się od zera) i największą możliwą liczbę.

Jaka jest różnica pomiędzy tymi dwiema liczbami (większa minus mniejsza)?

5. Kolorowe kredki (współczynnik 5)

Lilka chce odtworzyć przedstawiony obrazek przy użyciu kolorowych kredek. Nigdy nie poprowadzi kredki wzdłuż już narysowanej linii i za każdym razem, gdy będzie musiała podnieść kredkę, żeby zacząć z innego punktu, zmieni kolor na wcześniej nieużywany.

Ilu co najmniej kredek będzie potrzebować?



KONIEC KATEGORII CE

6. Numer startowy (współczynnik 6)

Alicja zapisała się na bieg przełajowy, w którym uczestniczy od 2 do 20 uczestników. Kolejne zapisujące się osoby otrzymują numery startowe będące kolejnymi liczbami całkowitymi począwszy od 1. Alicja zauważyła, że suma numerów startowych osób, które zapisały się przed nią jest taka sama jak suma numerów startowych osób, które zapisały się po niej.

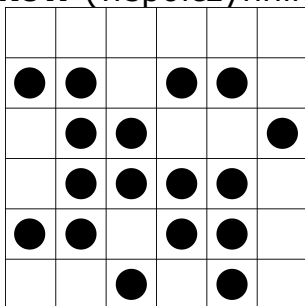
Jaki numer startowy miała Alicja?

7. Sześciiany dwukolorowe (wsp. 7)

Alicja co roku otrzymuje w prezencie sześciian, którego każda ściana jest w jednym z jej ulubionych kolorów: niebieskim lub czerwonym. W pierwszym roku sześciian był cały niebieski, w drugim natomiast miał jedną ścianę niebieską a pozostałe czerwone. Wszystkie ściany sześcianów są albo czerwone albo niebieskie a wszystkie sześciany są różne, to znaczy żadnych dwóch sześcianów nie można tak poobracać, aby odpowiadające sobie ściany miały te same kolory.

Przez ile lat Alicja może otrzymywać taki prezent?

8. 17 pionków (współczynnik 8)



Ile pionków co najmniej trzeba przestawić, żeby żadne dwa pionki nie stały na polach sąsiadujących pionowo lub poziomo?

Pionek można przestawiać z danego pola na puste pole sąsiadujące z polem pionka w poziomie lub w pionie.

KONIEC KATEGORII CM

Uwaga do zadań od 9 do 18: aby zadanie było całkowicie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dowolne dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej niż

jedno. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie).

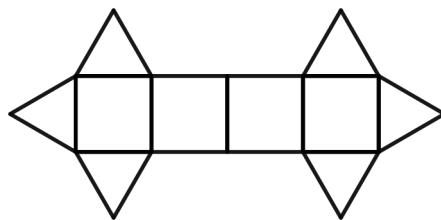
9. Spotkanie kolejowe (wsp. 9)

Trasa kolejowa Mediolan—Mathville liczy 960 km. Pierwszy z pociągów wyrusza z Mediolanu do Mathville o 9:45 i porusza się z prędkością 160 km/h. Drugi dopiero wyruszy z Mathville w stronę Mediolanu i będzie poruszać się z prędkością 240 km/h.

O której godzinie powinien wyruszyć drugi pociąg tak, aby oba minęły się dokładnie w połowie długości trasy?

10. Gra w klasy (współczynnik 10)

Alicja i Bartek grają w klasy na planszy, którą zaznacza się na ziemi i która składa się z nienakładających się czterech kwadratów i sześciu trójkątów równobocznych, wszystkie o boku 50 cm. Bartek, spośród wielu możliwych plansz wybrał i narysował tę przedstawioną na rysunku: jej obwód ma 8 m a długość wszystkich narysowanych linii to 12,5 m.



W nocy deszcz zmył całą planszę ale na drugi dzień Alicja narysowała inną planszę, również składającą się z czterech kwadratów i sześciu trójkątów równobocznych o bokach 50 cm, ale której obwód tym razem jest równy 5 m.

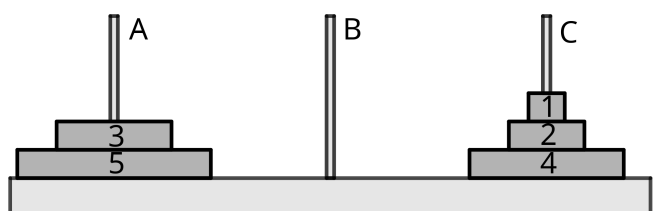
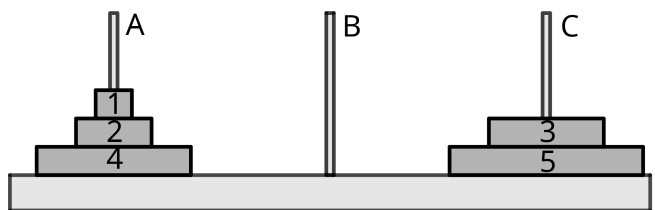
Jaka jest długość wszystkich linii narysowanych przez Alicję?

11. Wieże Hanoi (współczynnik 11)

W "Wieże Hanoi" gra się przy użyciu krążków o różnych średnicach i trzech słupków. Krążki można przekładać ze słupka na słupek przy zachowaniu następujących dwóch reguł:

- w jednym ruchu można przełożyć tylko jeden krążek,
- krążek nie może zostać położony na krążku o mniejszej średnicy.

Oto dwa możliwe układy krążków:

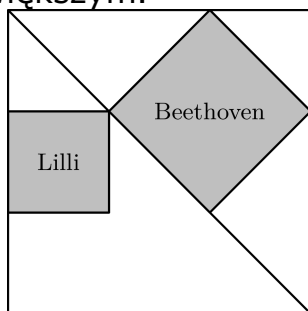


Ilu co najmniej ruchów potrzeba, aby z jednego układu przejść do drugiego?

KONIEC KATEGORII C1

12. Park Quadrato (współczynnik 12)

W parku Quadrato, przedstawionym na rysunku jako duży kwadrat, znajdują się dwa kwadratowe wybiegi dla psów, zaznaczone na szaro, które mają wspólny wierzchołek. Lilli, mały cocker spaniel, lubi przechadzać się po mniejszym z dwóch kwadratowych wybiegów. Beethoven z kolei, wielki bernardyn, woli zaleść na większym.



Powierzchnia wybiegu Lilli jest równa 2026 m².

Jaka jest powierzchnia wybiegu Beethovena, wyrażona w m²?

13. Mati i jego zwierzaki (wsp. 13)

Mati ma żółwia i psa. Żółw starzeje się dwa razy wolniej niż człowiek a pies trzy razy szybciej. To znaczy, że kiedy człowiek postarzeje się o 10 lat, w tym samym czasie żółw postarzeje się o 5 żółwich jednostek wieku a pies o 30 psich jednostek wieku.

Kiedy zapytano Matiego ile ma lat, odpowiedział:

„Kiedy mój pies się urodził, miałem tyle samo ludzkich lat co mój żółw miał żółwich jednostek wieku. Kiedy moje zwierzaki były w tym samym wieku, wyrażonym w ich własnych jednostkach, miałem 14 lat. Obecnie mój wiek w latach jest średnią arytmetyczną wieku moich zwierzaków, wyrażonego w ich własnych jednostkach.”

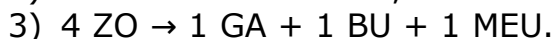
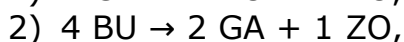
Ile lat ma Mati (w latach i miesiącach)?

14. Oto Szadoki robią chemię (w. 14)

Na planecie Szadoków występują cztery rodzaje molekuł, GA, BU, ZO i MEU, które mogą wejść w trzy rodzaje reakcji chemicznych:

- cztery molekuły GA dają dwie molekuły BU i jedną molekułę ZO,
- cztery molekuły BU dają dwie molekuły GA i jedną molekułę ZO,
- cztery molekuły ZO dają jedną molekułę GA, jedną molekułę BU i jedną molekułę MEU.

W skrócie:



Profesor Szadoko inicjuje reakcję z 2026 molekułami GA.

Ile maksymalnie będzie molekuł MEU kiedy reakcje wygasną?

KONIEC KATEGORII C2

15. Równanie kwadratowe (wsp. 15)

Równanie ma postać $x^2 - ax - 152 = 0$ i wiadomo, że parametr a jest liczbą całkowitą dodatnią a równanie ma dwa rozwiązania całkowite.

Ile jest równe a ?

16. Trzy kobiety i jeden rower (w. 16)

Trzy znajome sportswomenki potrzebują jak najszybciej dotrzeć na dworzec. Marysia i Marcysia trenują chód sportowy a Karina biegi.

Aby dotrzeć szybciej, postanawiają wykorzystać również rower, jeden na ich trzy, którym będą wymieniać się na trasie. Na przykład jedna z chodzących może zacząć od jazdy na rowerze, zostawić go w połowie drogi aby druga z chodzących, kiedy do niego dojdzie, mogła resztę drogi pokonać pedałując.

Uznajemy, że nie ma ryzyka, że rower zostanie skradziony i że ani wsiadanie ani zsiadanie nie zabiera czasu. Wiemy również, że:

- Marysia i Marcysia chodzą z prędkością 6 km/h,
- Karina biega z prędkością 12 km/h,
- każda z nich na rowerze jedzie z prędkością 30 km/h.

Jeżeli dworzec jest oddalony o 22 km, ile co najmniej czasu zajmie wszystkim trzem dotarcie do celu?

Odpowiedź podaj w minutach i sekundach, w zaokrągleniu do najbliższej całkowitej liczby sekund.

KONIEC KATEGORII L1 I GP

17. Pierwiastki zagnieżdżone (w. 17)

Dla każdego całkowitego n począwszy od 1 definiujemy

$$a_n = \sqrt{n + \sqrt{n + \sqrt{n + \sqrt{n + \sqrt{\dots}}}}}$$

gdzie pierwiastkowanie kontynuujemy w nieskończoność. Liczba a_1 nie jest całkowita, ani nawet wymierna, gdyż jest równa $(1+\sqrt{5})/2$. Liczba a_2 jest pierwszą liczbą w ciągu, która jest całkowita.

Dla jakiego n liczba a_n jest 2026. liczbą całkowitą w ciągu (a_n) ?

Odpowiedz 0 jeżeli w tym ciągu występuje mniej niż 2026 liczb całkowitych.

18. Na pełnym morzu (wsp. 18)

Pewien statek handlowy stoi na kotwicy na północnym Atlantyku, w punkcie, który leży dokładnie na 45. równoleżniku, to znaczy dokładnie w połowie drogi pomiędzy biegunem północnym a równikiem. Po podniesieniu kotwicy płynie 1000 km na zachód, potem 1000 km na południe, następnie 1000 km na wschód i wreszcie 1000 km na północ.

W jakiej odległości od punktu początkowego się teraz znajduje?

Odpowiedź podaj w zaokrągleniu do najbliższej całkowitej liczby kilometrów. Przyjmij, że powierzchnia Ziemi jest idealną sferą o obwodzie równym 40000 km. Jeżeli potrzeba, przyjmij 1,414 za $\sqrt{2}$ i 2,236 za $\sqrt{5}$.

KONIEC KATEGORII L2 I HC