## XIX Międzynarodowe Mistrzostwa w Grach Matematycznych i Logicznych
## III Mistrzostwa Polski w GMiL

**Finał krajowy – II etap** **22 maja 2005**

**CE** : zadania o numerach od **1** do **5**; czas - **60** minut

**CM** : zadania o numerach od **3** do **8**; czas - **90** minut

**C1** : zadania o numerach od **5** do **11**; czas - **120** minut

**C2** : zadania o numerach od **7** do **14**; czas - **180** minut

**L1** i **GP**: zadania o numerach od **7** do **16**; czas - **180** min.

**L2** i **HC**: zadania o numerach od **7** do **18**; czas - **180** min.

**WAŻNE !!!** Wyniki należy wpisać w odpowiedniej ramce Karcie odpowiedzi.

Kartę wypełniać czytelnie, bez skreśleń i poprawek.

### ZADANIA

**POCZĄTEK KATEGORII CE**

**1 - Trójka przyjaciół.** Kamila, Joanna i Mikołaj bawią się podając, nie zawsze właściwy, swój wiek. Tym razem suma podanych przez każdego z nich lat wynosi 35. Wiadomo jednak, że Kamila zaniżyła swój wiek o 3 lata, Joanna zawyżyła o 2, a Mikołaj zawyżył swój wiek o 4 lata. **Za ile lat będą oni mieli naprawdę razem 47 lat?**

**2 – Młody architekt.** Jaś chce zaprojektować podział parterowego domu na pewną liczbę pomieszczeń tak, aby
- dom miał 18 otworów (okien lub drzwi),
- każde pomieszczenie miało 2 otwory na zewnątrz i 2 otwory wewnątrz (do innych pomieszczeń).

**Ile pomieszczeń musi być w takim domu?**

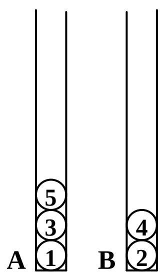
**POCZĄTEK KATEGORII CM**

**3 – Złotówki.** Ania ma o 2 złote wiecej niż Beata, a Beata ma 2 razy więcej złotych niż Celina. Z kolei Celina ma o 7 złotych mniej niż Ania. **Ile złotych mają razem te trzy dziewczynki?**

**4 – Kolorowe piłeczki.** W pudełku jest 30 białych, niebieskich i zielonych piłeczek. Jeżeli wyjmiemy z pudełka jakkolwiek 25 piłeczek, to wśród nich będą co najmniej 3 białe, co najmniej 5 niebieskich i co najmniej 7 zielonych. **Ile jest w tym pudełku piłeczek każdego z tych trzech kolorów?**

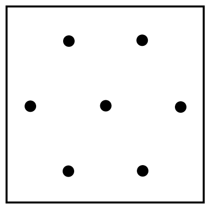
**POCZĄTEK KATEGORII C1**

**5 – Zakazane sumy.** Mam do dyspozycji 15 kul ponumerowanych od 1 do 15 oraz 2 tuby A i B. Zaczynając od kuli numer 1 i w kolejności rosnącej numerów muszę umieścić tyle kul ile jest możliwe w tych 2 tubach przestrzegając jednak następującej zasady: tuba zawierająca dwie kule o numerach x i y nie może nigdy zawierać kuli o numerze x + y. **Jaka jest maksymalna liczba kul, które mogę umieścić w dwóch tubach?** W przykładzie przedstawionym obok nie można umieścić kuli numer 6, ponieważ 5+1=6 (tuba A) i 4+2=6 (tuba B).




**KONIEC KATEGORII CE**

**6 – Podział tortu.** Jaką najmniejszą liczbą cięć prostoliniowych da się podzielić kwadratowy tort przyozdobiony wiśniami (patrz rysunek) na 7 kawałków, bez przesuwania kawałków tortu i zmiany położenia wiśni, aby na każdym z kawałków znalazła się jedna wiśnia?



W karcie odpowiedzi, na rysunku, dokonaj podziału odpowiadającego minimalnej liczbie cięć.

**POCZĄTEK KATEGORII C2, L1, L2, GP, HC**

**7 – Kwadrat prawie magiczny.** Ten kwadrat był prawie magiczny, ponieważ suma liczb w każdym z 4 wierszy, w każdej z 4 kolumn i na każdej z dwóch przekątnych była taka sama. Wpisane w kwadrat liczby naturalne nie były kolejne a największa z nich była równa 92. Niestety, 8 liczb zostało zmazanych.

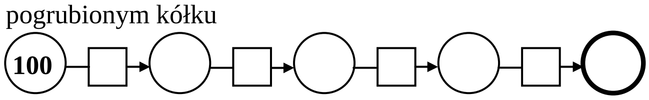
| | | | |
|---|---|---|---|
| **14** | | **1** | |
| | **9** | **12** | |
| **11** | | | **10** |
| | **16** | **13** | |

**Zrekonstruować kwadrat początkowy znajdując zmazane liczby.**

**8 – Najmniejsza liczba.** Używając tylko jeden raz każdego z poniższych działań

$\boxed{-4}$ $\boxed{+5}$ $\boxed{:3}$ $\boxed{\times 2}$

jaką najmniejszą liczbę można otrzymać w ostatnim pogrubionym kółku




**KONIEC KATEGORII CM**

**9 – Cztery tajemnicze liczby.** Znaleźć wartość każdej z czterech liczb ♥, ♣, ♠ oraz ♦ jeśli:

♥ + 4 = ✻ ; ♣ – 4 = ✻
♠ × 4 = ✻ ; ♦ / 4 = ✻
♥ + ♣ + ♠ + ♦ = 100.

**10 – Przecięty kwadrat.** Kwadrat został przecięty prostą w taki sposób, że dzieli ona obwód kwadratu na 2 części o długościach 35 cm i 21 cm odpowiednio, a jeden bok kwadratu na odcinki o długościach 1 cm i 13 cm, drugi zaś bok na odcinki o długościach 6 cm i 8 cm. **Jakie jest pole mniejszej z 2 części podzielonego kwadratu?**
Gdy zadanie ma więcej niż jedno rozwiązanie należy podać liczbę wszystkich rozwiązań oraz dwa z nich.

**11 – Figlarny mnożnik 46.** Znaleźć trzycyfrową liczbę całkowitą dodatnią, która jest równa sumie swoich cyfr pomnożonej przez 46.
Gdy zadanie ma więcej niż jedno rozwiązanie należy podać liczbę wszystkich rozwiązań oraz dwa z nich.

**KONIEC KATEGORII C1**

**12 – Odległość.** Dla 4 miast A, B, C i D przedstawionych jako punkty płaszczyzny znane są ich wzajemne odległości: AB = 125 km, AC = 136 km, AD = 75 km, BC = 11 km i BD = 100 km. **Znaleźć odległość, w kilometrach, między miastami C i D.**

**13 – Gra z cyframi.** Jarek i Bartek grają w grę, która polega na pisaniu liczb wielocyfrowych (w zapisie dziesiętnym). Gracz rozpoczynający grę pisze pierwszą cyfrę po lewej stronie, koniecznie różną od zera, następnie gracze na przemian piszą kolejne cyfry po prawej stronie cyfry lub cyfr już napisanych. Muszą oni przestrzegać następujących reguł:

- po cyfrze 9 można napisać dowolną cyfrę,
- po cyfrze mniejszej od 9 trzeba napisać cyfrę większą,
- każda z cyfr może pojawić się w liczbie co najwyżej 3 razy.

Pierwszy gracz, który nie może napisać żadnej cyfry, przegrywa. Jarek zaczyna. **Jaką cyfrę powinien napisać, aby zapewnić sobie wygraną, niezależnie od sposobu postępowania Bartka?** Wpisać w Karcie odpowiedzi 0 jeżeli uważasz, że nie istnieje strategia wygrywająca dla pierwszego gracza.

**14 – Kolejne skreślanie.** Trzycyfrowa liczba całkowita dodatnia w zapisie dziesiętnym ma wszystkie cyfry różne. Suma trzech liczb dwucyfrowych otrzymanych po kolejnych skreśleniach w liczbie wyjściowej: cyfry setek jako pierwszej, cyfry dziesiątek jako drugiej i cyfry jedności jako trzeciej, jest równa połowie liczby wyjściowej. **Znaleźć liczbę wyjściową.**
Gdy zadanie ma więcej niż jedno rozwiązanie należy podać liczbę wszystkich rozwiązań oraz dwa z nich.

**KONIEC KATEGORII C2**

**15 – Suma liczb trzycyfrowych.** Suma trzech liczb trzycyfrowych w zapisie dziesiętnym, w których występują wszystkie cyfry 1, 2, 3, ... , 9 jest równa 1665. W każdej z tych liczb zamieniono miejscami pierwszą i ostatnią cyfrę otrzymując w ten sposób 3 nowe liczby trzycyfrowe. **Podać sumę trzech nowych liczb oraz jedną z trójek takich liczb.**

**16 – Łąki sołtysa.** Sołtys ma 3 kwadratowe łąki. Długości boków tych kwadratów a, b oraz c są liczbami całkowitymi metrów. Wiadomo, że bok największego kwadratu jest o 28 m dłuższy od boku najmniejszego kwadratu. Pola tych kwadratów tworzą ciąg arytmetyczny. **Jaka jest długość boku najmniejszego kwadratu?**

**KONIEC KATEGORII L1 i GP**

**17 – Transformacja sumy.** Dana jest suma liczb 1+2+3+4+5+6+ … + 94+95+96. Jeżeli w zapisie tej sumy zlikwidujemy pewne znaki dodawania (zastępując np. 2+3 przez 23 lub 2+3+4 przez 234) to otrzymamy nową sumę. **Jaka jest najmniejsza liczba znaków dodawania, które trzeba zlikwidować, aby otrzymać sumę 9696 ? Podać także, w kolejności rosnącej, powstałe nowe liczby wielocyfrowe w sumie 9696.**
Jeżeli przy znalezionej, minimalnej liczbie znaków dodawania, które trzeba zlikwidować, aby otrzymać sumę 9696, występuje więcej niż jedno rozwiązanie dla zbioru nowych liczb wielocyfrowych, wówczas należy podać liczbę wszystkich rozwiązań oraz dwa z nich.

**18 – Sześciany.** Mamy 27 sześcianów o identycznych rozmiarach, w tym 12 białych i 15 czarnych. Po złożeniu z tych 27 sześcianów jednego dużego sześcianu 3×3×3 okazało się, że każda z sześciu ścian jest identycznym czarno-białym „obrazem” (z dokładnością do obrotu). **Narysować ten „obraz”, który pojawił się na jednej z tych ścian.**
Gdy zadanie ma więcej niż jedno rozwiązanie należy podać liczbę wszystkich rozwiązań oraz dwa z nich.

**KONIEC KATEGORII L2 i HC**

**POWODZENIA !**