

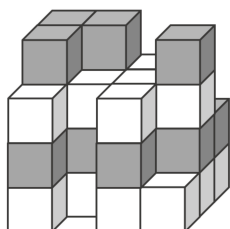
Półfinał XXII Mistrzostw Polski w Grach Matematycznych i Logicznych, 7.03.2026

- CE** uczniowie klasy III SP lub młodszy
CM uczniowie klas IV oraz V SP
C1 uczniowie klas VI oraz VII SP
C2 uczniowie klasy VIII SP i klasy pierwszej szkół średnich
L1 pozostali uczniowie szkół średnich
L2 studenci kierunków ścisłych, urodzeni nie wcześniej niż w roku 1996
HC • osoby zawodowo zajmujące się matematyką, w szczególności pracownicy naukowi szkół wyższych, placówek naukowo-badawczych,
• finaliści etapu międzynarodowego w kategorii GP lub HC, w ciągu dwóch lat od tego finału
GP dorośli nie występujący w kategorii L2 oraz HC, w tym uczniowie szkół pomaturalnych.

Początek wszystkich kategorii

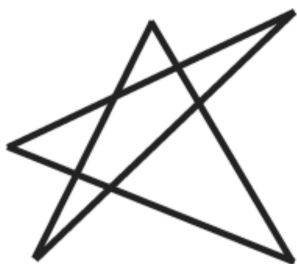
1. Kostki

Lutek i Lilka zbudowali tę konstrukcję z sześciennych szarych i białych klocków umieszczonych jedno na drugim. W najniższej warstwie użyli jedenastu klocków, a każdy klocek w wyższych warstwach postawili na klocku leżącym bezpośrednio niżej. Klocki w każdej warstwie są takiego samego koloru.



Ilu klocków każdego koloru użyli?

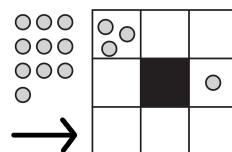
2. Gwiazda tańcząca



Ile w pełni narysowanych trójkątów można znaleźć w tej gwiazdzie?

3. Żetony

Matylda położyła cztery żetony na dwóch polach planszy, jak na rysunku.



Chce rozmieścić pozostałe dziesięć żetonów na białych polach planszy w taki sposób, aby:

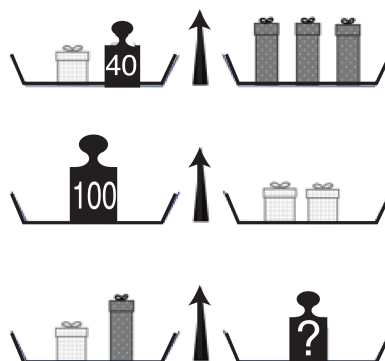
- w każdym białym polu znalazł się co najmniej jeden żeton,
- oraz aby w każdym rzędzie lub kolumnie trzech białych pól liczba umieszczonych w nich żetonów się nie powtarzała.

Pomóż Matyldzie i rozmieść pozostałe żetony z zachowaniem tych warunków.

Uwaga: W pola karty odpowiedzi wpisz cyfry odpowiadające liczbie żetonów w każdym polu zaznaczonego strzałką wiersza, od lewej do prawej, rozdzielone przecinkami.

4. Równo-waga

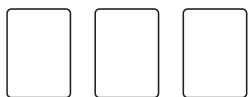
Szalki są w równowadze dla trzech przedstawionych rozmieszczeń pudełek i odważników:



Takie same pudełka mają zawsze taką samą wagę.

Ile waży odważnik w trzecim rozmieszczeniu?

5. Trzy karty



Na każdej z kart w talii umieszczona jest jedna figura oraz jeden kolor. Matylda wyjęła z talii trzy karty i ułożyła je obok siebie, od lewej do prawej, jak na rysunku. Figury, które widnieją na tych trzech kartach to as (A), dama (D) i walet (W), a kolory to kier ♥ (K), pik ♠ (P) i trefl ♣ (T).

Wiadomo, że prawdziwe były wszystkie następujące stwierdzenia:

- Trefl leży bezpośrednio po lewej od waleta.
- Dama leży bezpośrednio po prawej od asa.
- Kier leży bezpośrednio po lewej od trefla.

Dla każdej z kart Matyldy, od lewej do prawej, określ figurę (A, D lub W) i kolor (K, P lub T).

Koniec kategorii CE

6. Mnożenie do uzupełnienia

$$\begin{array}{r} \boxed{}\boxed{3}\boxed{} \\ \times \boxed{8} \\ \hline = \boxed{7}\boxed{}\boxed{}\boxed{} \end{array} \quad \begin{array}{r} \boxed{2}\boxed{4} \\ \boxed{5}\boxed{6}\boxed{9} \end{array}$$

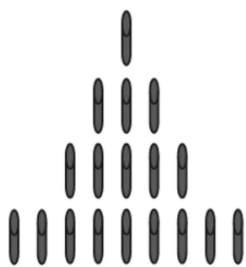
Uzupełnij to mnożenie umieszczając wszystkie dodatkowe klocki w pustych polach.

Jaki jest wynik mnożenia?

7. Nim Anka zagra Łukasz wygra

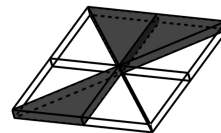
Łukasz i Anka grają w patyczki. Na początku, na planszy w czterech rzędach rozmieszczonych jest 1, 3, 5 i 9 patyczków, jak na rysunku. W każdym ruchu gracz zdejmuje dowolną dodatnią liczbę patyczków, ale tylko z jednego rzędu. Gracz, który zdejmuje ostatni patyczek, przegrywa. Anka zaczyna i zdejmuje dwa patyczki. Łukasz w swoim pierwszym ruchu również zdejmuje dwa patyczki. Anka na to zdejmuje ich sześć. W swoim drugim ruchu Łukasz zdjął pewną ilość patyczków i ma pewność, że wygra.

Ile patyczków zdjął Łukasz w swoim drugim ruchu?



8. 3/8

Kazio wydrukował na swojej drukarce 3D osiem jednakowych trójkątów prostokątnych



równoramiennych. Trzy z nich pomalował na czarno, a pięć na biało. Wszystkie trójkątne klocki złożył następnie w duży klocek kwadratowy w taki sposób, że wszystkich 8 trójkątów ma wspólny wierzchołek (jak na rysunku). Wybierając gdzie w kwadracie umieści czarne trójkąty, może dostać różne kwadratowe klocki.

Ile różnych kwadratowych klocków może otrzymać?

Uwaga: Gotowy kwadratowy klocek można obracać i odwracać, klocki uważamy za takie same jeżeli da się w ten sposób jeden przeprowadzić w drugi.

Koniec kategorii CM

Uwaga do zadań od 9 do 18: aby zadanie było całkowicie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dowolne dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej niż jedno. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie).

9. Le Corbusier

Architekt Le Corbusier zaprojektował skwer w kształcie kwadratu o wymiarach 60 m na 60 m, podzielony na sześć części, każda o powierzchni różnej od pozostałych.

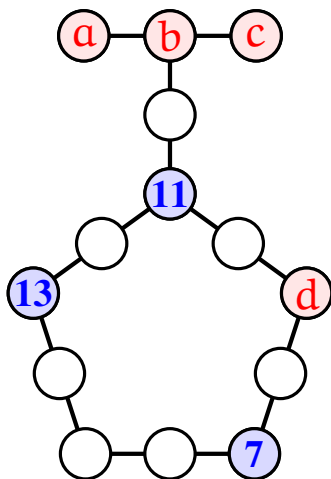


Podziału dokonał przy pomocy trzech odcinków o długości równej bokowi kwadratu, rysując je na przedstawionych na rysunku liniach wewnętrznej regularnej siatki projektu skweru.

Podaj pola (w m²) powstałych sześciu części, od najmniejszej do największej, rozdzielając je przecinkami.

10. Detektor

Na rysunku przedstawiono detektor istot pozaziemskich. Aby skutecznie wychwytywać ich sygnały, jego mechanizm jest zbudowany z czternastu



okrągłych modułów o wszystkich czułościach całkowitych od 1 do 14 umieszczonych w węzłach przedstawionej konstrukcji. Moduły o czułościach 7, 11 i 13 są już umieszczone. Aby urządzenie działało, suma czułości modułów leżących na każdym narysowanym odcinku musi być równa 26, zaś czułość modułu a musi być mniejsza niż czułość modułu c.

Jakie czułości w działającym urządzeniu będą miały moduły b i d?

11. Roztrzępana kasjerka

Matylda kupiła grę, której cena wyrażała się całkowitą dwucyfrową liczbą złotych. Wpisując cenę do terminala, roztrzępana kasjerka wpisała zamiast ceny sprzedaży sumę kwadratów pierwszej i drugiej cyfry ceny. Po sprawdzeniu paragonu Matylda stwierdziła, że zapłaciła o złotówkę mniej niż wynosiła cena sprzedaży.

Ile Matylda zapłaciła za grę?

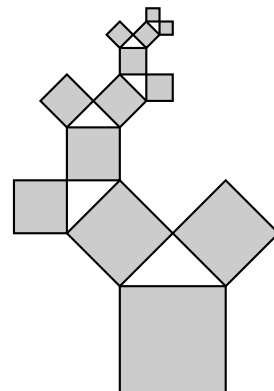
Koniec kategorii C1

12. Codziennie świeże bułeczki

W Matematowie jest tylko pięć piekarni. Z powodów technicznych, każda z nich musi być nieczynna w jeden wybrany dzień tygodnia. Mieszkańcy natomiast chcą aby w każdy dzień tygodnia co najmniej jedna z piekarni była czynna. **Na ile sposobów da się zaplanować pracę piekarni, aby pogodzić wymagania piekarzy i mieszkańców?**

13. Dziwny kaktus

Na planecie Koch rosną dziwne kaktusy o liściach w kształcie kwadratów. Co roku kaktus wypuszcza dwa nowe liście, z których w kolejnym roku tylko jeden wypuszcza kolejne dwa. Położenie nowych liści względem liścia-rodzica jest uwidocznione na rysunku. Liść-rodzic i oba nowe liście otaczają równoramienny trójkąt prostokątny. Na rysunku uwidoczniony jest kaktus w sześć lat po zasadzeniu początkowego liścia.



Jeżeli pierwszy liść miał powierzchnię równą 16 dm^2 , jaka będzie łączna powierzchnia liści w 16 lat po posadzeniu pierwszego?

Uwaga: Odpowiedź podaj w dm^2 w postaci ułamka nieskracalnego.

14. Podział kwadratu

Chcemy podzielić kwadrat o boku 1 dm na cztery części o równej powierzchni przy pomocy trzech odcinków o takiej samej długości. Te trzy odcinki muszą rozcinać cały kwadrat i nie mogą się ze sobą krzyżować, mogą natomiast mieć wspólny koniec.

Jaka jest największa możliwa długość wspólna dla takich trzech odcinków?

Uwaga: Odpowiedź podaj w decymetrach z dokładnością do trzech miejsc po przecinku. Jeżeli potrzeba, przyjmij 1,414 za $\sqrt{2}$, 1,732 za $\sqrt{3}$ i 2,236 za $\sqrt{5}$.

Koniec kategorii C2

15. Czworokąt gmiłowy

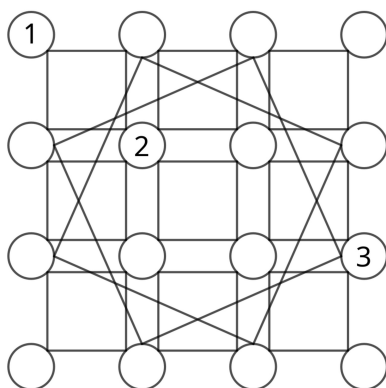
Wielokąt nazywamy gmiłowym jeżeli istnieje co najmniej jeden punkt P , dla którego stosunek długości danego boku wielokąta do odległości punktu P od prostej zawierającej ten bok jest taki sam dla każdego boku wielokąta. Wszystkie trójkąty są gmiłowe, ale wielokąty z większą liczbą boków tylko wyjątkowo.

W układzie współrzędnych kartezjańskich wierzchołki pewnego czworokąta gmiłowego $ABCD$ mają współrzędne $A(0, 0)$, $B(7, 3)$, $C(4, 0)$, $D(7, -3)$.

Jaka jest odcięta takiego punktu P ?

Uwaga: W razie konieczności odpowiedź zaokrąglaj do najbliższej tysięcznej części jednostki.

16. Fantastyczne kwadraty



Przedstawiona plansza składa się z 16 kółek i 11 kwadratów (9 małych i 2 dużych). Celem gry jest umieszczenie wszystkich liczb od 1 do 16 w kółkach planszy, z zachowaniem jednego warunku: sumy liczb w kółkach dotykających każdego kwadratu muszą być takie same. Liczby 1, 2 i 3 są już umieszczone. Skończ grę używając pozostałych liczb od 4 do 16.

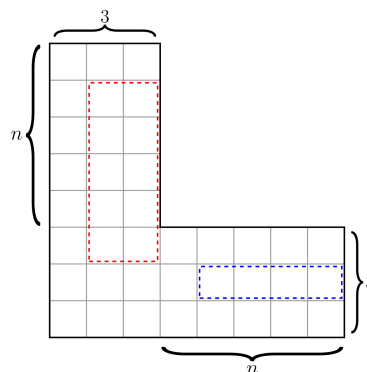
Jakie liczby znajdują się kolejno w najniższym rzędzie?

Uwaga: Podaj je kolejno od lewej do prawej, rozdzielone przecinkami.

Koniec kategorii L1, GP

17. Pola i obwody

Tomek wybiera sobie pewną liczbę całkowitą dodatnią n i rysuje figurę w kształcie litery L, podzieloną na $6n + 9$ kwadratów jednostkowych (rysunek przedstawia sytuację dla $n = 5$).

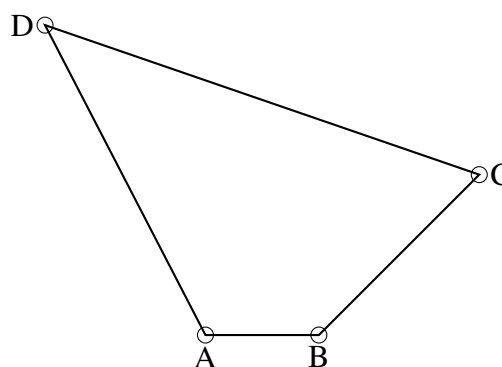


Następnie Tomek oblicza sumę obwodów oraz sumę pól wszystkich (niezdegenerowanych) prostokątów, których wszystkie boki leżą na liniach tworzących podział wyjściowej figury bądź na jej brzegu; dwa takie prostokąty zaznaczono na rysunku kolorowymi liniami przerywanymi.

Jaka jest granica stosunku sumy obwodów do sumy pól dla rozważanych przez Tomka prostokątów, gdy wybierana liczba n dąży do nieskończoności?

W formularzu odpowiedzi wynik podaj w postaci dziesiętnej z dokładnością do trzech cyfr znaczących.

18. Przegubowy czworokąt



Mamy przegubowy czworokąt $ABCD$, w którym długości boków są równe, kolejno, 1 dm, 2 dm, 4 dm i 3 dm.

Jakie jest maksymalne pole powierzchni tego wielokąta?

Uwaga: Odpowiedź podaj w dm^2 w zaokrągleniu do setnych. Jeżeli potrzeba, przyjmij 1,414 za $\sqrt{2}$ i 1,732 za $\sqrt{3}$.

Koniec kategorii L2, HC