

Półfinał XVI Mistrzostw Polski w Grach Matematycznych i Logicznych, 16.03.2019

- CE: zadania 1 – 5; czas 60 minut  
 CM: zadania 1 – 8; czas 90 minut  
 C1: zadania 1 – 11; czas 120 minut  
 C2: zadania 1 – 14; czas 180 minut  
 L1, GP: zadania 1 – 16; czas 180 minut  
 L2, HC: zadania 1 – 18; czas 180 minut

Początek wszystkich kategorii

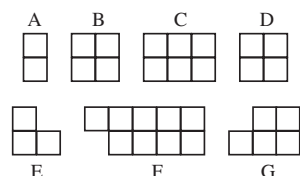
1. Jaka liczba

Każda liczba z prawej strony powstaje z liczby z lewej strony przez wykonanie kilku prostych operacji arytmetycznych. Znajdź te operacje i zastosuj je do ostatniej pary. **Jaką liczbę otrzymasz z prawej strony?**

$(8) \rightarrow (15)$      $(11) \rightarrow (21)$      $(16) \rightarrow (31)$      $(10) \rightarrow (?)$

2. Podziel bez przełamania

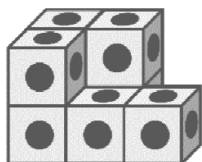
Alicja, Bartek i Czarek chcą równo rozdzielić pomiędzy siebie czekoladę. Siedem jej kawałków wygląda jak na rysunku.



Alicja wzięła kawałek A, Bartek kawałek B a Czarek kawałek C. **Jak bez przełamania rozdzielić sprawiedliwie pozostałe kawałki?**

3. Naklejki

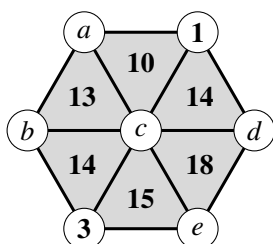
Cyryl zbudował bryłę sklejając osiem małych sześciennych klocków, jak na rysunku.



Następnie ozdobił każdą dostępną ścianę małego klocka naklejką, również od spodu bryły. **Ile potrzebnych mu było naklejek?**

4. Suma szczytów

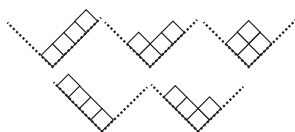
Henryk ma rozmieścić liczby od 1 do 7, po jednej w każdym kółku. Wie przy tym, że liczba umieszczona w każdym trójkącie musi być równa sumie liczb wpisanych w kółka otaczające ten trójkąt.



Henryk wpisał już liczby 1 i 3. **Wpisz liczby stojące na miejscach a, b, c, d, e w tej właśnie kolejności.**

5. Klocki Mateusza

Mateusz umieszcza swoje sześciennie klocki w pudełku, którego dno ma kształt litery V, jak na rysunku.



Grubość pudełka pozwala na umieszczanie klocków tylko w jednej warstwie. Jak widać na rysunku, jest pięć różnych sposobów umieszczenia czterech klocków. **Na ile różnych sposobów można umieścić pięć sześciennych klocków?**

Koniec kategorii CE

6. Rachunek roku

$$6 \times aaa + 7 \times a = 2019$$

We wzorze każde wystąpienie litery **a** oznacza tę samą cyfrę. **a** jest zatem liczbą jednocyfrową, podczas gdy **aaa** jest liczbą trzycyfrową. **Jaka jest wartość a?**

7. Znaczk Mateusza

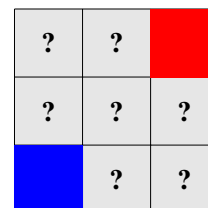
Mateusz kupił na pocztę trzy znaczki połączone w pasek, o nominałach 1, 2 i 3 ludwików.



Przed schowaniem do portfela złożył pasek na troje, w taki sposób, że żaden ze znaczków nie został zagięty. **Na ile sposobów mógł wykonać to złożenie?** (Odwrotna strona znaczków nie jest samoprzylepna).

8. Balkony

W pewnym budynku są trzy kondygnacje, na każdej z nich po trzy balkony. Mateusz pomalował już lewy dolny i prawy górny balkon jak na rysunku.



**Na ile różnych sposobów można pomalować pozostałe balkony, jeśli:**

- mamy mieć 3 balkony pomalowane na niebiesko, 3 na biało i 3 na czerwono;
- balkony sąsiadujące pionowo lub poziomo mają być różnych kolorów?

Koniec kategorii CM

*Uwaga do zadań od 9 do 18: aby zadanie było całkowicie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i rozwiązanie, jeśli jest jedno, albo dowolne dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej niż jedno. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).*

9. Opcje do wyboru

W klasie Matyldy każdy uczeń musi wybrać co najmniej dwie gry. Proponowane są:

- gra matematyczna
- gra językowa
- gra strategiczna.

Wszyscy uczniowie wybrali po dwie gry, z wyjątkiem dwojga, którzy wybrali wszystkie trzy. Osiemnaścioro wybrało grę pierwszą, dwadzieścioro dwoje grę drugą i dwadzieścioro sześcioro grę trzecią. **Ilu jest uczniów w klasie Matyldy?**

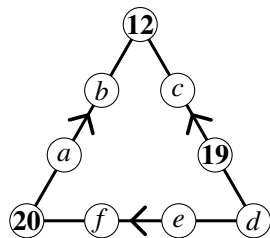
### 10. Sześcioro przyjaciół

Alina: „Dominika jest starsza od Edwarda”.  
Bernard: „Alina jest starsza od Edwarda”.  
Cezary: „Franciszek jest starszy od Edwarda”.  
Dominika: „Bernard jest młodszy ode mnie”.  
Edward: „Cezary jest starszy od Franciszka”.  
Franciszek: „Tylko dwoje z was jest młodszych ode mnie”.

Wszyscy starsi od Edwarda skłámali, wszyscy pozostali, włącznie z Edwardem, powiedzieli prawdę. **Uporządkuj ich od najmłodszego do najstarszego, wiedząc, że każde z nich jest w innym wieku. Wynik zapisz ciągiem inicjałów.**

### 11. Trójkąt roku

Koła tego trójkąta zawierają liczby od 12 do 20. Liczby 12, 19 i 20 są już wpisane. Sumy czterech liczb wpisanych w każdy pojedynczy bok trójkąta są takie same.

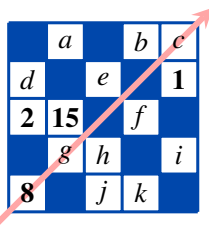


**Rozmieść pozostałe liczby, wypisując w odpowiedzi liczby stojące w miejscach  $a, b, c, d, e, f$  w tej właśnie kolejności.** Znak  $<$  na boku trójkąta oznacza kierunek nierówności dla sąsiadujących z nim liczb.

### Koniec kategorii C1

### 12. Kwadrat magiczny z dziurami

Chcemy wpisać liczby od 1 do 15 w białe pola tego kwadratu. Liczby 1, 2, 8 i 15 są już wpisane.



Sumy trzech liczb z każdej kolumny, z każdego wiersza i z przekątnej oznaczonej strzałką są sobie równe. **Uzupełnij puste pola, w odpowiedzi wypisując liczby stojące w miejscach  $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k$  w tej kolejności.**

### 13. Kryptarytm roku

Jak w każdym kryptarytmie, dwie różne litery oznaczają zawsze dwie różne cyfry, dwie różne cyfry zakodowane są dwiema różnymi literami i żadna z liczb nie zaczyna się od zera.

$$DIX + NEUF = 19 \times UN$$

Co więcej, w naszym zadaniu żadna litera nie koduje cyfry 6 ani 9. **Jaka jest wartość DEUX?**

### 14. Odwróćmy liczby

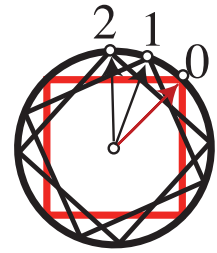
Odwrócenie liczby 12 to liczba 21. Co więcej, kwadrat tego odwrócenia, 441, jest odwróceniem kwadratu 12,

równego 144. **Znajdź liczbę trzycyfrową różną od swojego odwrócenia i taką, że odwrócenie jej kwadratu jest kwadratem jej odwrócenia.** Pierwsza cyfra liczby i jej odwrócenia nie może być równa 0.

### Koniec kategorii C2

### 15. Gramofon

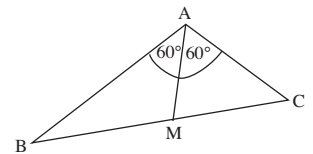
Matylda bawi się starym gramofonem swojego dziadka. Na jego obrotowej tarczy narysowany jest kwadrat z nieodróżnialnymi wierzchołkami i krawędziami.



Matylda ustawiła powtarzalny samowyzwalacz swojego aparatu fotograficznego na odstęp dokładnie jednej sekundy, a prędkość tarczy gramofonu na 33 obroty na minutę. Rysunek przedstawia w przybliżeniu nałożone na siebie pierwsze trzy zdjęcia tarczy, o numerach 0, 1 i 2. **Jaki będzie numer pierwszego zdjęcia, na którym sfotografowany kwadrat nałoży się dokładnie na kwadrat ze zdjęcia o numerze 0?**

### 16. Trójkątny las

Pewien las ma kształt trójkąta ABC, takiego że  $AB = 2AC$ , i w którym kąt przy wierzchołku A ma miarę  $120^\circ$ .

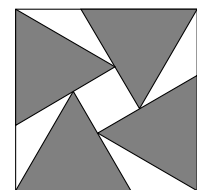


Prosta ścieżka AM przecina las po dwusiecznej kąta przy wierzchołku A i ma ona długość 2019 metrów. **Jaka jest długość boku BC?** Wynik należy zaokrąglić do najbliższej wartości całkowitej w metrach. W razie potrzeby należy przyjąć  $\sqrt{7}$  równy 2,646.

### Koniec kategorii L1, GP

### 17. Cztery trójkąty w kwadracie

Matylda umieściła ciasno cztery klocki o rzucie będącym trójkątem równobocznym w kwadratowym pudełku o boku długości 20cm.



**Jakie jest pole małego kwadratu na środku?** Odpowiedź należy podać w  $\text{cm}^2$  w zaokrągleniu do najbliższej liczby z jedną cyfrą po przecinku. W razie potrzeby należy przyjąć  $\sqrt{3}$  równy 1,732.

### 18. Całkowite liczby roku

**Znajdź trzy liczby całkowite dodatnie  $a, b$  i  $c$ , ostro mniejsze od 50, takie że**

$$\frac{20}{19} = \frac{a^3 + b^3}{a^3 + c^3}$$

Wypisz je w kolejności  $a, b, c$ .

### Koniec kategorii L2, HC