

# Final XVI Mistrzostw Polski w Grach Matematycznych i Logicznych, 18.05.2019

CE:	zadania 1 – 5;	czas 60 minut
CM:	zadania 1 – 8;	czas 90 minut
C1:	zadania 1 – 11;	czas 120 minut
C2:	zadania 1 – 14;	czas 180 minut
L1, GP:	zadania 1 – 16;	czas 180 minut
L2, HC:	zadania 1 – 18;	czas 180 minut

## Początek wszystkich kategorii

### 1. Zakodowane działanie

$$\bullet + \bullet + \bullet = \blacksquare \bullet$$

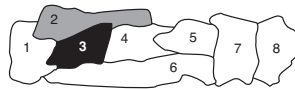
W tym działaniu każdy symbol odpowiada jednej cyfrze, zawsze takiej samej. **Jaka jest wartość**

$$\bullet + \bullet + \bullet + \bullet ?$$

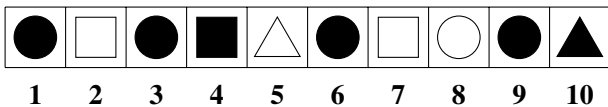
### 2. Mapa Półdawii

Mateusz koloruje mapę Półdawii przy użyciu trzech kolorów w taki

sposób, aby dwa województwa mające wspólną granicę były zawsze różnych kolorów. **Które województwa będą miały ten sam kolor co województwo numer 7?**



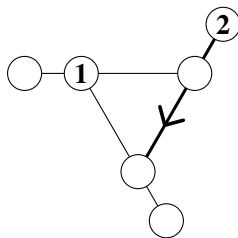
### 3. Tajemnicza figura



Na rysunku umieszczono dziesięć figur ponumerowanych od 1 do 10. Matylda wybrała figurę, która ma taki sam kształt i kolor jak inna figura na tym rysunku. Po lewej stronie figury wybranej przez Matyldę jest więcej kół niż po prawej i z każdej ze stron jest co najmniej jedno. **Jaki jest numer figury wybranej przez Matyldę?**

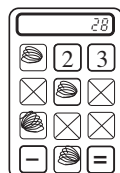
### 4. Banda sześciorga

Umieść liczby 3, 4, 5 i 6 w pustych kółkach w taki sposób, aby sumy każdych trzech liczb leżących na jednej linii były takie same. Co więcej, liczby na wyróżnionej strzałką linii powinny być w kolejności od najmniejszej do największej, w kierunku wskazywanym przez strzałkę.



### 5. Stary kalkulator

W tym starym kalkulatorze działają już tylko cztery klawisze: klawisz cyfry 2, klawisz cyfry 3, klawisz – (odejmowania) i klawisz = (obliczania wyniku). Na ekranie widać liczbę 28.



Matylda chciałaby żeby pojawiła się liczba 0. **Ile co najmniej naciśnięć klawiszy będzie potrzeba?** Przykład: aby z liczby 5 przejść do liczby 0 trzeba by klawisze naciśnąć co najmniej pięć razy, np.  $-3 - 2 =$

## Koniec kategorii CE

### 6. Czworo przyjaciół

Asia, Bartek, Czesiek i Dominika to czworo przyjaciół. Jedno z nich ma dopiero 8 lat, dwoje ma 9, a jedno właśnie skończyło 10. Zapytano każde z nich o to, które z nich ma dopiero 8 lat. Asia odpowiedziała, że to Bartek. Bartek powiedział, że to Dominika. Czesiek stwierdził, że to nie on. Dominika oznajmiła, że Asia nie powiedziała prawdy. Troje z nich powiedziało prawdę, a jedno się pomyliło. **Kto ma 8 lat?**

### 7. Kulki

W worku jest pewna liczba kulek, niektóre są czerwone, a pozostałe niebieskie. Każda czerwona kulka waży 70 gramów, a każda niebieska 100 gramów. Łączna waga wszystkich kulek to 720 gramów. **Ile jest czerwonych kulek w worku?**

### 8. Ciąg

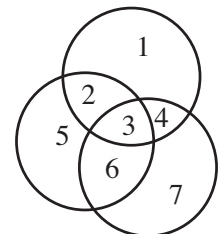
Nasz ciąg cyfr zaczyna się od 4; 2; 8; 6; 8; ... Otrzymano go wybierając początkowe cyfry 4; 2, każda następna cyfra jest cyfrą jedności iloczynu dwóch poprzednich liczb. **Jaka będzie dwa tysiące dziewiętnasta cyfra ciągu?**

## Koniec kategorii CM

*Uwaga do zadań od 9 do 18: aby zadanie było całkowicie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i rozwiązanie, jeśli jest jedno, albo dowolne dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej niż jedno. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).*

### 9. Cyrkiel Mateusza

Za pomocą swojego nowego cyrkiela, nie zmieniając jego rozstawu, Mateusz narysował trzy okręgi. Te trzy okręgi wyznaczają siedem ograniczonych obszarów.

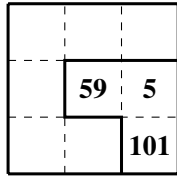


**Ile maksymalnie będzie ograniczonych obszarów, jeżeli Mateusz narysuje czwarty okrąg z takim samym ustawieniem cyrkiela jak poprzednie?** Uwaga: nie liczymy obszaru otwartego leżącego na zewnątrz wszystkich okręgów.

### 10. Magiczne puzzle

113	17	89	71	29	47
-----	----	----	----	----	----

Umieść te trzy kostki domina w dziewięciopółowym kwadracie, w taki sposób aby stał się on kwadratem magicznym, to znaczy żeby sumy liczb we wszystkich rzędach, kolumnach i obu przekątnych były takie same.



Kierunek w jakim wypadnie napis w danym polu na umieszczonej kostce nie ma znaczenia, liczy się tylko wartość.

### 11. Wybór przedstawiciela

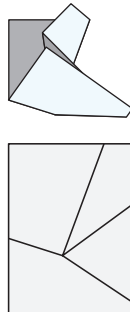
Troje uczniów: Adrian, Bartek i Cecylia, kandyduje na przedstawiciela 150 uczniów z wszystkich równoległych klas. Zwycięży osoba, która zdobędzie największą liczbę głosów. W trakcie głosowania policzono, że do tego momentu Adrian dostał 27 głosów, Bartek 35 a Cecylia 45. **Ile jeszcze głosów musi zdobyć Cecylia aby mieć pewność, że wygra wybory?**

Koniec kategorii C1

**12. Liczba Matyldy** Matylda zapisuje bardzo dużą liczbę o postaci 1234567891234..., biorąc kolejno cyfry 123456789 bez zera i wracając do jedynki po ich wyczerpaniu. Kiedy kończy, jej liczba ma mniej niż 25 cyfr i jest podzielna przez 128. **Ile cyfr liczy liczba Matyldy?**

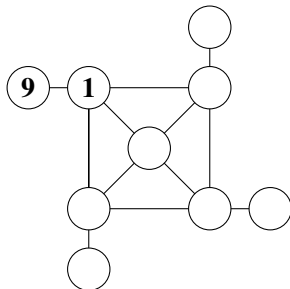
### 13. Nie składa się na płasko

W swoim wielkim atlasie Matylda znalazła pomiędzy kartami arkusz złożony dokładnie na płasko, tak jak na rysunku. Po rozłożeniu zauważyła cztery proste linie zgięć zbiegające się w jednym punkcie. Swoim nowym kątomierzem zmierzyła kąty pomiędzy nimi. Zauważyła, że wszystkie kąty mają miary wyrażające się całkowitą liczbą stopni, dwa spośród tych kątów są takie że jeden z nich ma miarę dwukrotnie większą niż drugi, oraz że dwa spośród tych kątów są takie, że jeden z nich ma miarę półtora raza większą niż drugi. Matylda zmierzyła jeszcze raz najmniejszy z kątów. **Jaka jest jego miara w stopniach?** Uwaga: rysunek może nie oddawać skali.



### 14. Wiatrak liczb

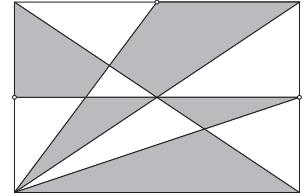
To koło ma zawierać liczby od 1 do 9 (1 i 9 są już wpisane), w taki sposób, aby wszystkie trójki liczb leżące na zaznaczonych odcinkach miały taką samą sumę. **Dokończ wpisywanie.**



Koniec kategorii C2

### 15. Kolorowanka Zosi

Zosia stworzyła rysunek, w którym punkty leżące na bokach dużego prostokąta są dokładnie w połowie długości tych boków. Pokolorowała następnie dwa czworokąty i trzy trójkąty. Prostokąt ma rozmiary 72mm na 38mm. **Jaka jest łączna powierzchnia pokolorowanych części?**



### 16. Śmieszny kwadrat

Ada wpisała liczby od 1 do 25 w kratki kwadratu, w taki sposób że suma każdych dwóch liczb wpisanych w kratki mające wspólny bok jest liczbą pierwszą.

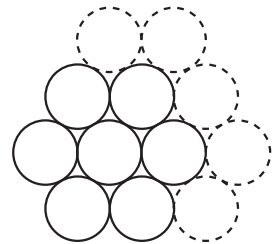
1		15	21
18			20
	12		10
8			16
23		17	25

Niestety, jej młodsza siostra Zosia wymazała trzynastę liczb. **Odtwórzcie układ liczb wpisanych przez Adę.** Uwaga: liczba pierwsza to taka, która ma dokładnie dwa różne dzielniki naturalne, 1 i siebie samą.

Koniec kategorii L1, GP

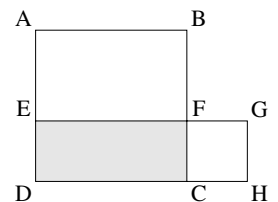
### 17. Długopisy Grzegorza Morze

Grzegorz Morze jest fabrykantem długopisów. Dostarcza je hurtownikom w pudełkach o kształcie graniastosłupa prostego o podstawie sześciokątnej. W każdym pudełku może zmieścić się dokładnie 919 długopisów, których położenie odpowiada punktom siatki złożonej z równobocznych trójkątów. Średnica każdego długopisu ma dokładnie jeden centymetr. **Jakie jest, co najmniej, pole powierzchni podstawy pudełka?** Odpowiedź podaj w centymetrach kwadratowych, zaokrągloną do najbliższej liczby całkowitej. W razie potrzeby, należy przyjąć  $\sqrt{3} = 1,732$  oraz  $\pi = 3,14$ .



### 18. Pan Tograf i jego parcele

Pan Tograf (zwany Iskierka) jest właścicielem terenu A B F G H D o kształcie dwóch przylegających kwadratów o bokach, których długości wyrażają się całkowitymi liczbami metrów. Postanowił on podzielić swoją własność i sprzedać parcele ABFE i CFGH, a zostawić sobie tylko prostokątną działkę CDEF, zaznaczoną na szaro. Powierzchnia sprzedawanych parceli wynosi łącznie 2019m<sup>2</sup>. **Jaka jest powierzchnia działki, którą pan Tograf postanowił sobie zostawić?** Uwaga: rysunek może nie odzwierciedlać właściwych proporcji.



Koniec kategorii L2, HC