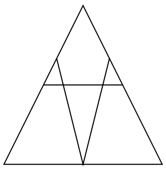
Półfinał XXXII Międzynarodowych Mistrzostw w Grach Matematycznych i Logicznych oraz XV Mistrzostw Polski w Grach Matematycznych i Logicznych, 17.03.2018

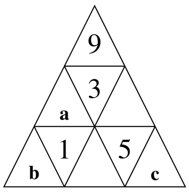
CE:	zadania **1** – **5**;	czas **60** minut
CM:	zadania **1** – **8**;	czas **90** minut
C1:	zadania **1** – **11**;	czas **120** minut
C2:	zadania **1** – **14**;	czas **180** minut
L1, GP:	zadania **1** – **16**;	czas **180** minut
L2, HC:	zadania **1** – **18**;	czas **180** minut

Początek wszystkich kategorii

1. **Przenikające się trójkąty.** Ile kompletnych trójkątów (łącznie z dużym trójkątem) można naliczyć w tej figurze?

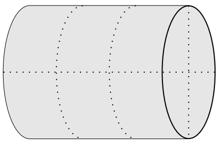


2. **Nie spotykaj się z sąsiadem.** Léa musi umieścić liczby od 1 do 9, każdą w jednym trójkącie. Dwie następujące po sobie liczby nie powinny być w trójkątach mających wspólny bok.



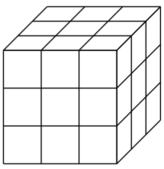
Léa umieściła już 4 liczby, do Was należy wypisanie liczb stojących na miejscach **a**, **b**, **c** w tej właśnie kolejności.

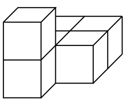
3. **Podział.** Liv przecina swoje ciastko na części, wykonując 4 cięcia nożem (jak pokazano kropkami na rysunku obok).



Na ile części ciastko zostało podzielone?

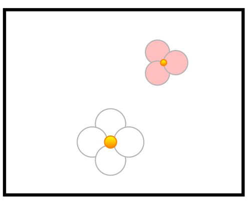
4. **Duży sześcian.** Alex zbudował duży, pełny sześcian z małych, jednakowych sześcianików. Cathy chce zbudować taki sam sześcian. Oto początek jej konstrukcji:





Ilu małych sześcianów jej brakuje, żeby zbudować taki sam sześcian jak Alex?

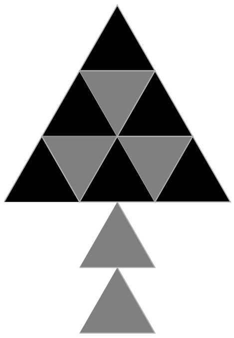
5. **Kwiatowy duet.** Soline zaczęła wyszywać obraz, który jest na rysunku obok. Na obrazie będą dwa rodzaje kwiatów - jeden z nich ma 4 płatki, a drugi jest trzypłatkowy.



Po zakończeniu chce mieć 10 kwiatów oraz 33 płatki. Ilu kwiatów każdego rodzaju użyje? Podaj liczbę kwiatów czteropłatkowych i trzypłatkowych w tej właśnie kolejności.

Koniec kategorii CE

6. **Kolaż.** Klasa Juliena ma do dyspozycji 274 szare naklejki w kształcie trójkątów równobocznych oraz 323 czarne naklejki, też w kształcie trójkątów równobocznych. Uczniowie chcą zrobić jak największą ilość wyklejanek w kształcie świerków, takich jak na rysunku.



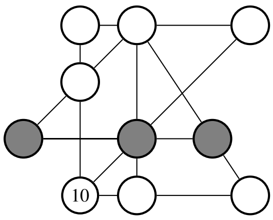
Z pozostałych naklejek Julien chce zrobić kolaż dla swojej nauczycielki. Ilu naklejek w obu kolorach użyje Julien do kolażu? Podaj ilość szarych oraz czarnych naklejek w tej kolejności.

7. **Dziesięć cyfr.** Mathias zapisał dodawanie, w którym każda cyfra od 0 do 9 występuje dokładnie jeden raz.

```
     4 _ _
+    _ _ 7
= _ _ 8 _
```

Mathilde, jego siostra, zrobiła mu na złość i wymazała 7 cyfr. Jaki jest wynik dodawania Mathiasa?

8. **Gromada osiemnastek.** Umieść liczby od 1 do 9 w pustych kółkach w taki sposób, żeby suma każdych trzech liczb wzdłuż narysowanej linii była zawsze równa 18.



W karcie odpowiedzi wypisz kolejno liczby, które zostały umieszczone w szarych kołach.

Koniec kategorii CM

Uwaga do zadań od **9** *do* **18***: aby zadanie było całkowicie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dowolne dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej niż jedno. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).*

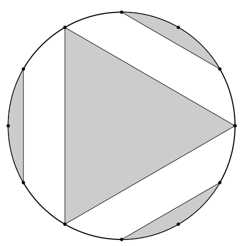
9. Ciąg Mathiasa. Mathias napisał cztery różne liczby całkowite ściśle większe od 1 i ściśle mniejsze niż 10. Kontynuuje budowę swego ciągu w taki sposób, aby suma każdych czterech kolejno napisanych liczb wynosiła zawsze 18. Pierwszą napisaną liczbą jest 2, a siódmą 4. Jaka może być liczba 2018–ta?

10. Liczby zstępujące. Liczba wielocyfrowa nazywa się zstępującą, jeśli każda cyfra, począwszy od drugiej (cyfry numerujemy od lewej strony) jest mniejsza lub równa od wszystkich cyfr będących po jej lewej stronie. Na przykład liczby 764, 322 i 555 są zstępujące, a liczba 823 nie jest (ponieważ $2 < 3$). Ile istnieje trzycyfrowych liczb zstępujących?

11. Tramwaje. Mathias i Mathilde umawiają się na spotkanie na pewnym, zawsze tym samym przystanku tramwajowym. Kolejne tramwaje przejeżdżają w takich samych odstępach czasu, odstępy te są takie same każdego dnia. W środę Mathias przyszedł za wcześnie – czekał 12 minut i 10 sekund na Mathilde i widział 5 przejeżdżających tramwajów. W czwartek był na przystanku punktualnie, ale Mathilde spóźniła się 20 minut. W tym czasie Mathias zobaczył 6 przejeżdżających tramwajów. W piątek Mathilde była o czasie, a Mathias przybył o 30 minut za wcześnie. Ile przejeżdżających tramwajów mógł zobaczyć przed przyjściem Mathilde?

Koniec kategorii C1

12. Pokolorowane koło. Mathilde pokolorowała fragmenty koła zaznaczone na rysunku. Punkty zaznaczone na okręgu są rozmieszczone regularnie. Ile wynosi pole pokolorowanego obszaru, jeśli wiadomo, że pole całego koła to 628 cm^2? W razie potrzeby można przyjąć, że $\pi = 3{,}14$.



13. Zamieniające się wskazówki. Spoglądaliście na zegarek pomiędzy godziną 15 a 16 i zapamiętaliście ułożenie wskazówek. Teraz, kiedy spoglądacie na zegar pomiędzy godziną 18 a 19, zauważacie, że pozycje dwóch wskazówek są dokładnie takie same, ale godzinowa zamieniła się z minutową. Która jest godzina? Podaj odpowiedź w godzinach, minutach i sekundach, zaokrąglając do najbliższej sekundy.

14. Rachunek Mathilde. Mathilde zaczęła wykonywać takie ogromne działanie:

$$2 \times 4 - 6 \times 8 + 10 \times 12 - \ldots + 2018 \times 2020,$$

w którym występują wszystkie liczby parzyste od 2 do 2020 i gdzie iloczyny kolejnych liczb parzystych są na przemian dodawane i odejmowane. Jaki wynik otrzyma?

Koniec kategorii C2

15. Szyfr Picsou. Dostęp do kasy pancernej wuja Picsou jest zabezpieczony szyfrem, który, na nieszczęście, wuj zapomniał. Pamięta on tylko, że liczba N złożona z kolejnych cyfr szyfru nie zaczyna się od 0 oraz że kończy się cyframi $2, 0, 1, 8$ właśnie w tej kolejności od lewej do prawej. Ponadto, jeśli usunie się cztery ostatnie cyfry, to otrzymamy nową liczbę, będącą dzielnikiem N. Jaki może być szyfr do kasy pancernej wuja Picsou?

16. Irytująca starsza siostra. Sophie lubi duże liczby i uwielbia je mnożyć. Pomnożyła przez 173 liczbę dziewięciocyfrową i w wyniku orzymała liczbę jedenastocyfrową. Ale Adelaïde, starsza siostra Sophie, postanowiła zrobić jej na złość i wymazała dwanaście cyfr z rachunku swojej siostry. Oto co zostało:

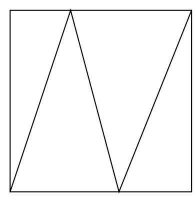
$$173 \times \_\,\_\,\_\,\_\,\_\,\_\,\_\,\_\,\_ = \_\ 2017\_\ 2018\_$$

Przez jaką liczbę Sophie mogła pomnożyć 173?

Koniec kategorii L1, GP

17. Siedem kości do gry. Rzucamy jednocześnie siedem klasycznych kości do gry (mających, każda, sześć ścian ponumerowanych od 1 do 6). Jakie jest prawdopodobieństwo, że wszystkich sześć możliwych wartości $1, 2, 3, 4, 5$ i 6 pojawiło się na górnych ścianach kości (oczywiście jedna z wartości się powtarza). Odpowiedź podaj w postaci nieskracalnego ułamka.

18. Kwadrat z czterech trójkątów. Rozcinamy kwadrat na cztery trójkąty (jak na rysunku obok, gdzie nie są zachowane proporcje!)



Długość boku kwadratu wyraża się całkowitą liczbą centymetrów. Cztery trójkąty są parami różne, a wszystkie ich boki mają długości również wyrażające się całkowitą liczbą centymetrów. Jakie jest, co najmniej, pole kwadratu? Odpowiedź podaj w centymetrach kwadratowych.

Koniec kategorii L2, HC