

**XXX Międzynarodowe Mistrzostwa
w Grach Matematycznych i Logicznych
XIV Mistrzostwa Polski w GMiL**

Finał krajowy – I dzień 21 maja 2016

- CE** : zadania o numerach od **1** do **5**; czas - **60** minut
CM : zadania o numerach od **1** do **8**; czas - **90** minut
C1 : zadania o numerach od **1** do **11**; czas - **120** minut
C2 : zadania o numerach od **1** do **14**; czas - **180** minut
L1 i GP: zadania o numerach od **1** do **16**; czas - **180** min.
L2 i HC: zadania o numerach od **1** do **18**; czas - **180** min.

WAŻNE !!! Wyniki należy wpisać w odpowiedniej ramce karty odpowiedzi.

Kartę wypełniać czytelnie, bez skreśleń i poprawek.

ZADANIA

POCZĄTEK WSZYSTKICH KATEGORII

1 – Dodatkowe zero. Matylda napisała dwucyfrową liczbę całkowitą dodatnią. Tworzy drugą liczbę, trzycyfrową, wstawiając cyfrę 0 między dwie cyfry swojej pierwszej liczby. Następnie odejmuje pierwszą liczbę od drugiej. Otrzymuje, jako wynik odejmowania, liczbę 270. **Jaka była cyfra dziesiątek pierwszej liczby?**

2 – Pieniądze Math-krainy. Pieniądzem Math-krainy jest ludik. Jedynymi monetami w obiegu są monety o nominałach: jeden ludik, 50 centymów, 20 centymów i 5 centymów. Jeden ludik ma wartość 100 centymów. Można zapłacić dokładnie 1,55 ludika trzema monetami (jedną o nominale jednego ludika, jedną 50 centymów i jedną 5 centymów), czterema monetami, ale nie jest to możliwe z pięcioma monetami... **Jaka jest najmniejsza liczba monet, większa od pięciu, którą nie można zapłacić dokładnie 1,55 ludika?**

3 – Trochę logiki.

Adam twierdzi co następuje:

- Mam 14 lat;
- Ewa ma 12 lat;
- W trzech stwierdzeniach Ewy, zawsze co najmniej jedno nie jest prawdziwe.

Z kolei Ewa oświadcza:

- Mam 13 lat;
- Adam ma również 13 lat;
- W trzech stwierdzeniach Adama, również zawsze co najmniej jedno nie jest prawdziwe.

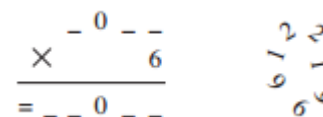
Wśród sześciu stwierdzeń Adama i Ewy ile może być, co najwyżej, prawdziwych?

4 – Kalkulator. Na kalkulatorze Matyldy każda cyfra wyświetla się za pomocą pewnej liczby zapalonych



segmentów, jak pokazano na rysunku (sześć segmentów dla cyfry 0, dwa segmenty dla 1, pięć segmentów dla 2, itd...). Matylda wyświetla wszystkie pary cyfr, od zera do pięćdziesiąt dziewięć, tj. układy cyfr: 00, 01, 02,...,09, 10, 11,..., 58, 59. **Ile razy, wśród tych 60 układów cyfr, od 00 do 59, widzi ona łączną liczbę zapalonych segmentów w dwóch cyfrach równą sumie tych dwóch wyświetlanych cyfr?**

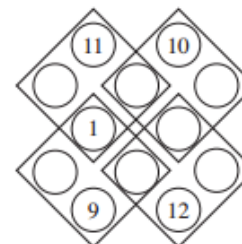
5 – Mnożenie. Mathias pomnożył czterocyfrową liczbę całkowitą dodatnią przez 6, ale siedem cyfr „wyfrunęło” z tego rachunku. Te siedem cyfr przedstawiono na rysunku po



prawej, ale uwaga: każda z trzech cyfr w dolnej części rysunku na prawo może przedstawiać zarówno cyfrę 6 jak i cyfrę 9. **Jaki był wynik mnożenia Mathiasa?**

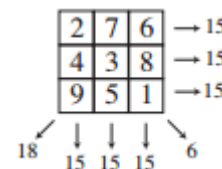
KONIEC KATEGORII CE

6 – Kwadraty. Należy wpisać wszystkie liczby całkowite od 1 do 12 w kółka (liczby 1, 9, 10, 11 i 12 zostały już wpisane) w taki sposób, aby suma liczb wpisanych w każdy z czterech dużych kwadratów była równa 24.



7 – Suma cyfr. Matylda pisze pierwszą czterocyfrową liczbę całkowitą dodatnią. Oblicza sumę cyfr tej pierwszej liczby i otrzymuje w ten sposób drugą liczbę. Oblicza sumę cyfr tej drugiej liczby i otrzymuje trzecią liczbę. Oblicza jeszcze raz sumę cyfr tej trzeciej liczby i otrzymuje sumę równą 2. **Jaka była, co najwyżej, pierwsza liczba Matyldy?**

8 – Kwadrat pół-magiczny. Jest to kwadrat pół-magiczny: używa on liczb całkowitych od 1 do 9 i przedstawia taką samą sumę, w każdym wierszu i w każdej kolumnie. Jeżeli dodamy sumy dwóch liczb z przekątnych: 18+6 (liczba leżąca na obydwu przekątnych występuje w tej sumie 2 razy), to otrzymamy całkowitą sumę równą 24. **Jaka jest największa całkowita suma jaką można otrzymać dodając sumy liczb z dwóch przekątnych kwadratu pół-magicznego?**



KONIEC KATEGORII CM

Uwaga do zadań od 9 do 11. Aby zadanie było kompletnie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i to rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).

9 – Dziadek. Dziadek Ani urodził się po Pierwszej Wojnie Światowej. Gdy będzie obchodził, w tym roku, swoje urodziny, numer roku 2016 będzie równy numerowi roku jego urodzenia powiększonemu o pięciokrotną sumę cyfr numeru tego roku urodzenia. **W którym roku urodził się dziadek Ani?**

10 – Zagadka arytmetyczna. Józio napisał na tablicy niezerową liczbę całkowitą, która okazała się równa poczwórnej sumie jej cyfr. **Jaką liczbę napisał?**

11 - Olimpiada. W tej olimpiadzie bierze udział mniej niż 5000 zawodników z pięciu państw: Niemcy, Belgowie, Francuzi, Duńczycy i Hiszpanie. Wszystkie narodowe reprezentacje są równoliczne. Co ciekawe, w reprezentacji Niemiec jest dwa razy więcej mężczyzn niż kobiet, belgijskich mężczyzn jest trzy razy więcej niż Belgijek, Francuzów cztery razy więcej niż Francuzek, pięć razy więcej Duńczyków niż Dunek i w końcu jest sześć razy więcej Hiszpanów niż Hiszpanek. **Ile kobiet, łącznie z tych pięciu reprezentacji, uczestniczy w tej olimpiadzie?**

KONIEC KATEGORII C1

12 – Pięć liczb do znalezienia. Pięć liczb całkowitych (nie koniecznie tylko dodatnich) jest takich, że dziesięć sum, które można otrzymać dodając trzy z tych pięciu liczb mają, dla odpowiednich wartości, 3, 4, 6, 7, 9, 10, 11, 14, 15 i 17. **Podać wartości najmniejszej i największej z tych pięciu liczb.**

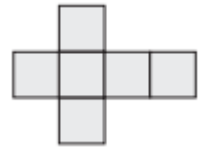
13 – Szczyt międzyplanetarny. Marsjanie i Ziemianie mają po 2 identyczne nogi (ze stopami i palcami włącznie). Natomiast Marsjanie nie mają takiej samej liczby rąk, a na nich takiej samej liczby palców jak Ziemianie. Podczas pierwszego szczytu Ziemia-Mars, liczba Marsjan uczestniczących w szczycie przewyższała liczbę Ziemian o sześć. Jednak ogólna liczba palców rąk i nóg delegacji marsjańskiej była mniejsza o jeden od liczby palców rąk i nóg u Ziemian. **Ilu było, łącznie, uczestników tego szczytu?**

Uwaga: żaden z uczestników szczytu nie miał amputacji (ani kończyn, ani palców)...

14 – Sumy dwóch liczb pierwszych. Wiele liczb dwucyfrowych można zapisać jako sumy dwóch liczb pierwszych (powiemy też, że liczba dwucyfrowa ma rozkład na dwie liczby pierwsze). **Jaka jest liczba dwucyfrowa, która dopuszcza największą liczbę rozkładów na dwie liczby pierwsze?**

Uwaga: liczbami pierwszymi mniejszymi od 100 są: 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; 37; 41; 43; 47; 53; 59; 61; 67; 71; 73; 79; 83; 89; 97.

15 – Siatka sześcianu. Tomek chce narysować, na kwadratowej kartce papieru, siatkę sześcianu przedstawioną obok, która byłaby możliwie największa. Po próbie narysowania tej siatki z jej osią symetrii równoległą do boku kartki zadaje sobie pytanie czy siatka nie byłaby większa, gdyby ta oś znajdowała się na przekątnej kartki. Po wykonaniu obliczeń zauważył, że krawędź sześcianu powiększyłaby się.



O ile procent, po zaokrągleniu do 1% ?
W razie potrzeby, przyjąć $\sqrt{2}$.

16 – Piramida liczb. Ustawia się rzędem liczby całkowite dodatnie w następujący sposób:

```

0
1 2
3 4 5
6 7 8 9
10 11 12 13 14
.....

```

Jaka jest suma stu pierwszych liczb napisanych tłustym drukiem?

KONIEC KATEGORII L1, GP

17 – Podział trójkąta. Dzieli się trójkąt równoboczny na dwa trójkąty w taki sposób, że te dwa trójkąty mają wszystkie swoje boki o długościach wyrażających się liczbami całkowitymi centymetrów. **Jaka jest, co najmniej, w centymetrach, długość boku trójkąta wyjściowego?**

18 – Bagietka. Jeżeli złamie się przypadkowo bagietkę na trzy kawałki, to prawdopodobieństwo utworzenia trójkąta z tych trzech kawałków wynosi $\frac{1}{4}$. Jeżeli złamie się przypadkowo bagietkę na cztery kawałki, to prawdopodobieństwo utworzenia czworokąta z tych czterech kawałków jest równe $\frac{1}{2}$. **Jeżeli złamie się przypadkowo bagietkę na siedem kawałków, to jakie jest prawdopodobieństwo utworzenia siedmiokąta z tych siedmiu kawałków?**

Podać odpowiedź w postaci nieskracalnego ułamka. Zakłada się, że bagietka jest idealnie prosta i że punkty łamania są rozmieszczone losowo na jej długości niezależnie jedne od drugich.

KONIEC KATEGORII L2, HC

POWODZENIA !