

**XXIX Międzynarodowe Mistrzostwa  
w Grach Matematycznych i Logicznych  
XIII Mistrzostwa Polski w GMiL  
2014/2015**

**Półfinał krajowy      21 marca 2015**

**CE** : zadania o numerach od **1** do **5**;      czas - **60** minut  
**CM** : zadania o numerach od **1** do **8**;      czas - **90** minut  
**C1** : zadania o numerach od **1** do **11**;      czas - **120** minut  
**C2** : zadania o numerach od **1** do **14**;      czas - **180** minut  
**L1** i **GP**: zadania o numerach od **1** do **16**;      czas - **180** min.  
**L2** i **HC**: zadania o numerach od **1** do **18**;      czas - **180** min.

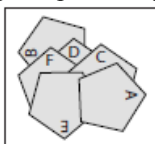
**ZADANIA**

**POCZĄTEK WSZYSTKICH KATEGORII**

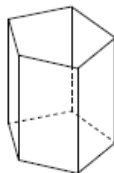
**1 – Naklejanie.** Matylda nakleiła sześć jednakowych pięciokątów A, B, C, D, E i F na kartce papieru położonej



na stole (patrz rysunek). **Który z nich był czwartym, w kolejności, naklejonym pięciokątem?**



**2 – Pudełko.** Mathias zrobił pudełko na ołówki w kształcie graniastoslupa z pięciu kartonowych prostokątów (boki) i jednego pięciokąta (dno pudełka). Postanowił pomalować z zewnątrz sześć kartoników (boki i dno) w taki sposób, aby dwa kartoniki mające wspólną krawędź nie były nigdy pomalowane tym samym kolorem. **Ile kolorów, co najmniej, będzie musiał użyć?**



**3 – Lekarstwo.** Mathias jest chory. Musi on przyjąć 36 kropli lekarstwa rozpuszczonych w szklance pełnej wody. Wypija pół szklanki tego płynu, ale odmawia wypicia reszty mówiąc, że jest to zbyt gorzkie. Wtedy jego mama uzupełniła szklankę sokiem pomarańczowym do pełnej szklanki, wszystko dobrze wymieszała i poprosiła Mathiasa, aby wypił zawartość szklanki. Mathias wypił ponownie połowę zawartości szklanki, potem wylał resztę do zlewu. **Ile kropli lekarstwa przyjął on łącznie?**

**4 – Rower.** W rowerze Matyldy tarcza, do której przymocowane są pedały, ma 42 zęby, a zębatka na osi tylnego koła ma 14 zębów. Tarcze te łączy łańcuch. **Ile obrotów wykona zębatka na osi tylnego koła jej roweru, po 15 pełnych obrotach tarczy z pedałami?**

**5 – Miesiąc urodzenia.** Pomnóż przez 4 numer miesiąca urodzenia Marty. Dodaj do tego iloczynu różnicę między 12 i numerem tego miesiąca. Następnie odejmij od wyniku dwukrotność sumy 5 i numeru miesiąca urodzenia. **Jeśli powiem Ci, że otrzymałeś 10, to czy możesz powiedzieć mi, w którym miesiącu urodziła się Marta? W formularzu odpowiedzi wpisać numer tego miesiąca.**

**KONIEC KATEGORII CE**

**6 – Loteria.** Podczas święta szkoły Matyldy i Mathiasa urządzono loterię fantową. Wydrukowano 100 losów; czterdzieści z nich z napisem „mała wygrana”, jeden los ma napis „duża wygrana”, a pozostałe – „przegrana”. **Ile losów, co najmniej, trzeba kupić, bez podglądania w czasie zakupu, aby mieć pewność, że choć jeden z nich jest wygrywający?**

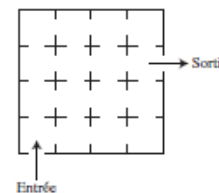
**7 – Zagadka.** Dzieląc liczbę 24 przez sumę jej cyfr otrzymujemy w wyniku liczbę jednocyfrową, która jest cyfrą jedności liczby wyjściowej. **Podać największą dwucyfrową liczbę całkowitą o tej własności.**

**8 – Dwa działania.** Mathias napisał w kolumnie następujący ciąg rachunków:  
W każdym wierszu mnoży się       $1 \times (2 + 3) = 5$   
liczbę odpowiadającą numerowi       $2 \times (3 + 4) = 14$   
wiersza przez sumę dwóch       $3 \times (4 + 5) = 27, \text{ etc...}$   
kolejnych liczb. **Ile wierszy zostało napisanych, licząc od pierwszego ( $1 \times (2+3)=5$ ) w tym ciągu rachunków zanim Mathias osiągnął lub przekroczył, jako wynik rachunku, liczbę 2015 ?**

**KONIEC KATEGORII CM**

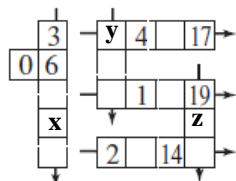
*Uwaga do zadań: 11, 13, 14, 15 oraz do zad. 17. Aby zadanie było kompletnie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i to rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej. W formularzu odpowiedzi przewidziano dla tych zadań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).*

**9 - Muzeum.** Matylda i Mathias zwiedzają muzeum. W muzeum znajduje się 16 sal rozmieszczonych w kwadrat jak pokazuje rysunek. **Ile jest różnych dróg pozwalających przejść od wejścia (Entrée) do wyjścia (Sortie), gdy przechodzi się przez wszystkie sale, ale dokładnie jeden raz przez każdą salę?**



**10 – Dzielenie.** Dzielimy dwucyfrową całkowitą liczbę dodatnią przez sumę jej cyfr. **Jaka jest największa reszta, którą można otrzymać?**

**11 – Piętnastka.** Matylda napisała liczby od 0 do 19 w dwudziestu polach tej magicznej piętnastki, po jednej w każdym polu (również w polach oznaczonych x, y, z). Jeżeli dodamy trzy liczby, cztery liczby lub pięć liczb w każdym kierunku wskazanym przez strzałki, to otrzymamy zawsze sumę równą 43. Ponadto liczby pionowego słupka z cyfry 1 tej piętnastki (pionowy słupek składający się z 5 pól) są uszeregowane w kolejności rosnącej z góry na dół. **Podaj sumę liczb: x, y, z, tj. liczbę x+y+z**



**KONIEC KATEGORII C1**

**12 – Okulary.** Dwa ośmiokątne foremne złączone ze sobą przedstawiają szkła pary okularów. Część szkła (patrz rysunek) jest zabarwiona na szaro. Powierzchnia całkowita dwóch szkła jest równa  $24 \text{ cm}^2$ . **Jaka jest powierzchnia, w  $\text{cm}^2$ , tej zabarwionej części, łączna dla obu szkła?**



**13 – Numeryczny ekran.** Matylda wymyśliła grę. Ma ona



numeryczny ekran, na którym są wyświetlane liczby. Gdy odejmuje ona liczbę zapalonych kresek od tej wyświetlonej liczby, otrzymuje pewną liczbę, którą wyświetla na ekranie. Powtarzając tę operację na tej drugiej liczbie, otrzymuje ona liczbę 2015. **Jaka była pierwsza, wyświetlona liczba Matyldy?** Przykład: Startując od liczby 11, która na tym ekranie wyświetla się przy pomocy 4 kresek, mamy:  $11 - 4 = 7$ , z kolei liczba 7 wyświetla się przy pomocy 3 kresek, więc:  $7 - 3 = 4$  i w tym przykładzie, w tej grze, otrzymujemy wynik: 4.

**14 – Dzielnik i iloraz.** Dzieląc liczbę 100000 (sto tysięcy) przez całkowitą dodatnią liczbę trzycyfrową (nie ma ona 0 na pierwszym miejscu), której wszystkie cyfry są różne, Mathias otrzymuje całkowity iloraz i całkowitą resztę. Otrzymał iloraz, który zapisuje się tymi samymi cyframi co dzielnik, ale cyfry te są napisane w odwrotnej kolejności. **Jaki jest dzielnik?**

**KONIEC KATEGORII C2**

**15 – Silnia.** Trzycyfrowa całkowita liczba dodatnia (nie ma 0 na pierwszym miejscu) jest równa sumie silni swoich cyfr. **Jaka to jest liczba?**

Uwaga: Silnia liczby całkowitej dodatniej  $n$  zapisuje się  $n!$  i oznacza iloczyn  $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$ . W ten sposób  $1! = 1$ ,  $2! = 2$ ,  $3! = 6$ ,  $4! = 24$  itd... Ponadto  $0! = 1$ .

**16 – Pionki.** **Jaka jest najmniejsza liczba pionków, które trzeba umieścić na szachownicy  $8 \times 8$**  (stawiamy jeden pionek na polu i to w jego środku), żeby każda prosta przechodząca przez środek jakiegokolwiek pola, równoległa bądź do jednego z boków szachownicy, bądź do jednej z głównych przekątnych, napotkała co najmniej jednego pionka?

**KONIEC KATEGORII L1, GP**

**17 – Prostopadłościan.** Mamy do dyspozycji pewną liczbę małych identycznych sześciątów. Budujemy z nich pełny prostopadłościan sklejając te wszystkie sześciiany. Następnie malujemy trzy ściany prostopadłościanu mające wspólny wierzchołek. Okazało się, że dokładnie połowa użytych sześciątów ma co najmniej jedną pomalowaną ścianę. **Ile jest sześciątów?**

**18 – Szachownice.** Dwie jednakowe, wykonane ze szkła planszowe szachownice  $8 \times 8$  mają pola czarne i pola przezroczyste rozmieszczone na szachownicy w zwykły sposób. Kładziemy te dwie szachownice jedna na drugą (patrząc z góry widzimy wtedy jedną  $8 \times 8$  szachownicę) i następnie obracamy jedną (górną) z dwóch szachownic o  $45^\circ$  dookoła jej środka. Pola tych szachownic są kwadratami o boku 5 cm. **Jaka będzie powierzchnia całkowita (łączna, w  $\text{cm}^2$ ) widocznych czarnych pól?** W razie potrzeby przyjąć  $1,414$  dla  $\sqrt{2}$ .

**KONIEC KATEGORII L2, HC**

**Powodzenia!**