

**XXIX Międzynarodowe Mistrzostwa
w Grach Matematycznych i Logicznych
XIII Mistrzostwa Polski w GMiL**

Finał krajowy – II dzień 10 maja 2015

- CE** : zadania o numerach od **1** do **5**; czas - **60** minut
CM : zadania o numerach od **1** do **8**; czas - **90** minut
C1 : zadania o numerach od **1** do **11**; czas - **120** minut
C2 : zadania o numerach od **1** do **14**; czas - **180** minut
L1 i GP: zadania o numerach od **1** do **16**; czas - **180** min.
L2 i HC: zadania o numerach od **1** do **18**; czas - **180** min.

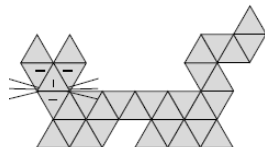
WAŻNE !!! Wyniki należy wpisać w odpowiedniej ramce karty odpowiedzi.

Kartę wypełniać czytelnie, bez skreśleń i poprawek.

ZADANIA

POCZĄTEK WSZYSTKICH KATEGORII

1 – Kot. Ile pełnych trójkątów (pojedynczych małych trójkątów lub złożonych z trzech małych trójkątów) zawiera figura tego kota?

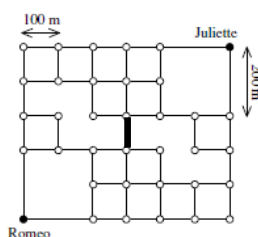


2 – Monety. Matylda kupuje książkę, za którą ma zapłacić 2,70 euro. W swojej portmonetce ma tylko 6 monet o nominale 50 centów (1 euro = 100 centów) i 12 monet o nominale 20 centów. Sprzedawca nie ma w ogóle drobnych monet, aby wydać resztę. **Ile jest różnych sposobów zapłacenia, przez Matyldę, dokładnej kwoty?**

3 – Pomarańcze. Sprzedawca ma mniej niż 100 pomarańcz. Może je umieścić tylko w małych pudełkach, z których każde zawiera 12 pomarańcz albo tylko w dużych pudełkach, z których każde zawiera 21 pomarańcz. Jednak w każdym przypadku, pozostaje mu, oprócz pełnych pudełek, dokładnie jedna pomarańcza. **Ile pomarańcz ma sprzedawca?**

4 - Data. Suma cyfr daty 31-12-2014 (3+1+1+2+2+0+1+4) jest równa 14. **Jaka będzie pierwsza, następna data, której suma cyfr będzie dwukrotnością liczby 14 tzn. będzie równa 28 ?** Podać tę datę w postaci: dzień-miesiąc-rok

5 – Romeo i Julia. Romeo i Julia mieszkają w mieście Geom-Miasto, którego plan znajduje się na rysunku obok. Ulice tego miasta przedstawiają odcinki poziome i pionowe; skrzyżowania – małe białe kółka, a domy Romea



i Julii – małe czarne kółka. Z uwagi na poważny remont ulica oznaczona pogrubionym odcinkiem jest zamknięta, nawet dla ruchu pieszego. Wiedząc o tym, umówili się na spotkanie na jednym ze skrzyżowań miasta. Romeo dojechał tam ze swojego domu rowerem jadąc ulicami miasta i przejechał dokładnie 800 metrów. Z kolei Julia wyruszyła pieszo ze swojego domu i idąc ulicami miasta przeszła do miejsca spotkania dokładnie 300 metrów. **Ile jest skrzyżowań, na których mogli wyznaczyć sobie to spotkanie?**

KONIEC KATEGORII CE

6 – Pojemniki. Do magazynu przywieziono 223 litry oleju w pojemnikach o pojemności 10 i 17 litrów. **Ile było, łącznie, pojemników?**

7 – Magiczna piątka. Kratki tej "piątki" powinny zawierać liczby naturalne od 1 do 14, po jednej w każdej kratce; również kratki oznaczone literami: x oraz y. Liczby 1, 3, 4, 5, 6, 11 i 13 są już wpisane. Każda suma czterech liczb wpisanych w każdym z trzech rzędów i każda suma trzech liczb wpisanych w każdej z dwóch kolumn powinna być równa 27.

	6	4	5	
x	1	11		
	3	13	y	

Jaka jest suma liczb x i y tj. suma x+y ?

8 – Kryptarytm. Jak w każdym kryptarytmie, dwie różne litery przedstawiają dwie różne cyfry, a dwie różne cyfry oznaczają dwie różne litery. Żadna z liczb nie rozpoczyna się cyfrą 0. Mamy dodawanie dwóch liczb:

$$\text{QUIN} + \text{ZE} = 2015$$

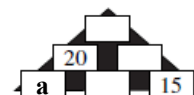
Jaka jest, możliwie największa, liczba sześciocyfrowa QUINZE ?

KONIEC KATEGORII CM

Uwaga do zadań od 9 do 18. Aby zadanie było kompletnie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i to rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).

9 – Prostopadłościan. Z osiemnastu jednakowych sześciątów, każdy o polu powierzchni całkowitej równej 19 cm², zbudowano prostopadłościan (bez dziur), którego wysokość wynosi 3 sześciiany. **Znaleźć, w cm², pole powierzchni całkowitej tego prostopadłościanu.**

10 - Średnia roku. W trójkącie (rysunek obok), w którym w każdej klatce znajduje się jedna liczba



całkowita dodatnia (również w klatce oznaczonej literą a) cztery liczby zostały zakryte. Wiadomo jednak, że
 - każda z tych liczb, począwszy od klatek pierwszego piętra, jest średnią arytmetyczną dwóch liczb z klatek, na których dana klatka jest położona,
 - klatki parteru zawierają trzy liczby ułożone malejąco od lewej do prawej.

Jaka jest liczba w klatce oznaczonej literą a ?

11 – Najmniejsza liczba. Jeżeli w dodatniej liczbie całkowitej x obliczyć sumę jej cyfr i z otrzymaną liczbą powtórzyć dwa razy tę operację, to otrzyma się trzy nowe liczby. **Znaleźć najmniejszą dodatnią liczbę całkowitą x , dla której wszystkie cztery liczby są różne, a ostatnia z nich jest równa 2.**

KONIEC KATEGORII C1

12 - Skrzynki. Fabryka ma wysłać zamawiającemu 1100 detali. Detale do wysyłki są pakowane do skrzynek. Skrzynki są trzech rodzajów: duże (D), średnie (Ś) i małe (M). Skrzynka pierwszego rodzaju mieści 70 detali, drugiego 40, a trzeciego 25 detali. Koszt wysyłki skrzynki pierwszego rodzaju wynosi 20 euro, drugiego rodzaju 10 euro, a trzeciego rodzaju 7 euro. **Jakie skrzynki: D, Ś lub M powinna wybrać fabryka, aby koszt wysyłki był najmniejszy?** Uwaga: nie jest dopuszczalne niewypełnianie (do pełna) skrzynek detalami. Jeśli fabryka nie wybrała któregoś z rodzajów skrzynek, w karcie odpowiedzi, dla tego rodzaju skrzynek, wpisać liczbę 0.

13 - Egzamin. Uczeń miał na egzaminie 40 zadań. Za każde prawidłowo rozwiązane zadanie otrzymywał 16 punktów, za błędne rozwiązanie minus 10 punktów, a za zadanie, którego nie próbował rozwiązać, zero punktów. Uczeń otrzymał łącznie 26 punktów. **Ile zadań uczeń rozwiązał prawidłowo?**

14 - Prawda i fałsz. Mamy dwie liczby całkowite dodatnie A oraz B. Wiadomo, że spośród czterech stwierdzeń:

1. $A + 1$ dzieli się przez B,
 2. $A = 2B + 5$,
 3. $A + B$ dzieli się przez 3,
 4. $A + 7B$ jest liczbą pierwszą.
- trzy są prawdziwe, a jedno fałszywe.

Znaleźć parę liczb A, B.

KONIEC KATEGORII C2

15 - Gra w liczby. Mathias wymyślił następującą grę w liczby. Pisze on jedynekę, która jest jego pierwszą liczbą, potem czwórkę, która jest jego drugą liczbą. Na każdym następnym etapie wybiera on pomiędzy dwukrotnością ostatniej napisanej liczby i sumą dwóch ostatnich napisanych liczb oraz pisze wybraną liczbę. Jego celem jest, żeby szesnasta napisana liczba była nieparzysta i możliwie największa. **Jaką liczbę może on osiągnąć w tej grze na szesnastym miejscu?**

16 – Ciąg ułamków. Wszystkie ułamki nieskracalne o mianownikach 3^n , $n = 1, 2, 3, \dots, 9, 10$ zawarte przedziale otwartym $(0,1)$ ustawiamy w ciąg rosnący. **Na którym miejscu w tym ciągu znajduje się ułamek $\frac{2}{3}$?**

KONIEC KATEGORII L1, GP

17 – Rachunek roku. Mathias oblicza wartość następującego wyrażenia, gdzie n jest liczbą całkowitą większą od 6:

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 + 2 \times 3 \times 4 \times 5 + 3 \times 4 \times 5 \times 6 + \dots + (n-3) \times (n-2) \times (n-1) \times n$$

Wynik, który otrzymuje jest najmniejszą wartością takiego wyrażenia, która jest podzielna przez 2015. **Ile wynosi n ?**

18 – Trójkąt w sześciacie. W sześciacie o krawędzi 10 cm wpisujemy trójkąt w taki sposób, że jeden z wierzchołków tego trójkąta znajduje się w wierzchołku sześciangu, a pozostałe wierzchołki trójkąta leżą na brzegach sześciangu. Ponadto środek ciężkości tego trójkąta znajduje się w środku sześciangu. **Jakie największe pole, w cm^2 , może mieć ten trójkąt?** W Karcie odpowiedzi wpisać liczbę będącą zaokrągleniem wyniku, do pełnego, najbliższego cm^2 . W razie potrzeby przyjąć $1,414$ dla $\sqrt{2}$.

KONIEC KATEGORII L2, HC

POWODZENIA !