XXIX Międzynarodowe Mistrzostwa w Grach Matematycznych i Logicznych
XIII Mistrzostwa Polski w GMiL

Finał krajowy – I dzień   09 maja 2015

CE : zadania o numerach od **1** do **5**;   czas - **60** minut

CM : zadania o numerach od **1** do **8**;   czas - **90** minut

C1 : zadania o numerach od **1** do **11**;   czas - **120** minut

C2 : zadania o numerach od **1** do **14**;   czas - **180** minut

L1 i **GP**: zadania o numerach od **1** do **16**;   czas - **180** min.

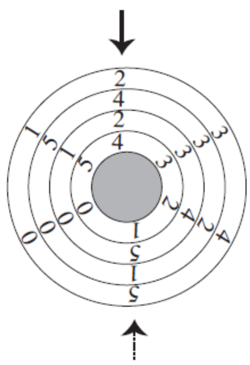
L2 i **HC**: zadania o numerach od **1** do **18**;   czas - **180** min.

WAŻNE !!! Wyniki należy wpisać w odpowiedniej ramce karty odpowiedzi.

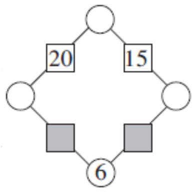
Kartę wypełniać czytelnie, bez skreśleń i poprawek.

ZADANIA

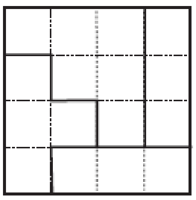
POCZĄTEK WSZYSTKICH KATEGORII



1 – Tarcze. Cztery tarcze o różnych średnicach, na których napisano, na każdej z nich, cyfry 0, 1, 2, 3, 4 i 5 (jak na rysunku) mogą swobodnie obracać się dookoła osi umieszczonej w środku szarego koła. W pozycji pokazanej na rysunku na górze tarcz odczytujemy (czytając z góry na dół) 2424, a na dole tarcz (czytając z dołu do góry) 5151. Mathias obraca każdą z tarcz w taki sposób, aby utworzyć na górze liczbę 2015 (czytając z góry na dół). **Jaką liczbę odczytamy wtedy na dole (czytając z dołu do góry)?** (W karcie odpowiedzi napisać tę liczbę od lewej do prawej tj. cyfra najniższa, z największej tarczy, będzie pierwszą z lewej).



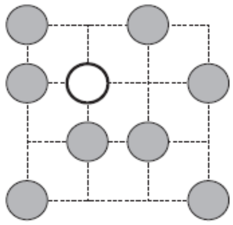
2 – Kwadrat liczb. W tym kwadracie wszystkie liczby są liczbami całkowitymi większymi od 1. Na każdym boku dużego kwadratu pomnożono dwie liczby znajdujące się w kółkach na końcach boku i wpisano wynik do małego kwadratu położonego w środku boku. Na rysunku zostało wymazanych pięć liczb. **Jaka jest suma liczb napisanych w dwóch małych, szarych kwadratach?**



3 – Żarówki. W tym mieszkaniu są cztery pokoje, które oddzielają ścianki działowe przedstawione na rysunku grubymi kreskami. Umieścić 4 żarówki, po jednej w każdym pokoju i każdą w środku jednego z małych kwadratów pokoju tak, żeby

- w każdym rzędzie i w każdej kolumnie małych kwadratów była dokładnie jedna żarówka,
- żarówka w każdym pokoju była widoczna z każdego miejsca (punktu) tego pokoju.

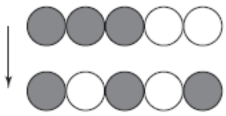
Uwaga: W karcie odpowiedzi oznaczyć żarówki widocznymi punktami.



4 – Żaba. Żaba siedzi na białym kamieniu. Może ona przemieszczać się tylko w poziomie lub w pionie skacząc z jednego kamienia na drugi, ale nie może ona nigdy przeskakiwać przez kamień ani wracać na kamień, na którym już siedziała. **Narysujcie taką trasę dla żaby, aby odwiedziła ona wszystkie kamienie i ostatnim skokiem jednak wróciła na biały kamień.**

5 – Nieparzyste iloczyny. Matylda ma przed sobą tabliczkę mnożenia, która zawiera sto wyników mnożeń liczb od 1 do 10 przez liczby od 1 do 10. **Ile jest wśród tych stu wyników różnych liczb nieparzystych?**

KONIEC KATEGORII CE



6 – Pięć żetonów. Trzy szare żetony i dwa białe żetony są ułożone na stole w porządku szary – szary – szary – biały – biały, jak na rysunku u góry. Jeden ruch w tej grze polega na przesunięciu dwóch żetonów, które się stykają, ślizgając je razem, bez obracania jednego wokół drugiego (żeton na lewo pozostaje na lewo, a ten na prawo pozostaje na prawo), aby je umieścić w innym miejscu na stole, a trzy inne żetony pozostają nie ruszone. **Po ilu ruchach, co najmniej, można ustawić te pięć żetonów tak jak podaje rysunek na dole, tj. w porządku szary – biały – szary – biały – szary ?** Uwaga: Figura na dole nie musi pozostać w tym samym miejscu na stole co ta u góry.

7 – Jeden kłamca na dwóch. Jesteście na skrzyżowaniu i spotykacie kolejno dwie osoby, które pytacie o waszą dalszą drogę. Pierwsza osoba mówi wam: „Mój przyjaciel poradzi wam niewątpliwie, aby iść na Północ, na Wschód lub, być może, na Zachód, ale nie słuchajcie jego rady! ”. Uprzedzono was, że jedna z tych dwóch osób zawsze kłamie i że druga mówi zawsze prawdę, ale nie wiecie która. **Który, spośród czterech kierunków Południe, Północ, Wschód i Zachód powinniście wybrać?**

8 – Superdomino. W grze w domino, na każdej kości (dokładniej na każdej połowie kości) jest od 0 do 6 punktów. Wszystkie możliwe zestawienia punktów na kościach (od 0-0 do 6-6) występują i kompletna gra w domino liczy 28 kości. **Ile kości byłoby w kompletnej grze w superdomino, gdyby na kościach (dokładniej na połowie kości) było od 0 do 10 punktów?**

KONIEC KATEGORII CM

Uwaga do zadań od 9 do 18. *Aby zadanie było kompletnie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i to rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może sie zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).*

9 – Dodawanie. Mateo oblicza sumę kolejnych liczb naturalnych:

1+2+3+4+5+6+ … .

W pewnym momencie zatrzymuje się i jego suma jest wtedy liczbą trzycyfrową o jednakowych cyfrach. **Jaka jest ostatnia liczba dodana przez Mateo?**

10 – Bryła Mathiasa. Mathias ma dwa jednakowe sześciany. Rozcina jeden z nich na sześć jednakowych piramid (ostrosłupów o podstawie kwadratowej mających jako podstawę ścianę sześcianu, a jako wierzchołek środek sześcianu). Następnie nakleja on te sześć piramid na sześciu ścianach drugiego sześcianu sklejając każdą ścianę kwadratową ostrosłupa ze ścianą sześcianu (kwadraty te idealnie pokrywają się). **Ile ścian ma otrzymana w ten sposób nowa bryła?**

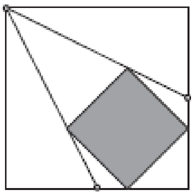
11 - Zabawna siódemka. Jaś napisał dwie kolejne, dodatnie liczby całkowite. Zauważył, że suma cyfr mniejszej z tych dwóch liczb jest podzielna przez 7. Zdziwił się, bo suma cyfr większej liczby także jest podzielna przez 7. **Jaka jest mniejsza z tych dwóch liczb, które Jaś napisał jeśli wiadomo, że jest ona mniejsza od miliona?**

KONIEC KATEGORII C1

12 – Trójkąt i sześciokąt. Trójkąt równoboczny i sześciokąt foremny mają taki sam obwód. Pole trójkąta jest równe 666 cm^2. **Jakie jest pole sześciokąta?** Przyjąć, w razie potrzeby, 1,732 dla $\sqrt{3}$ i podać odpowiedź w zaokrągleniu do najbliższego pełnego cm^2.

13 – Suma + iloczyn. Mathias dodaje dwie dodatnie liczby całkowite, potem dodaje do tej sumy iloczyn dwóch liczb wyjściowych. Otrzymuje, jako wynik, liczbę 143. **Jakie są dwie liczby wyjściowe Mathiasa?** W Karcie odpowiedzi podać parę liczb w formacie (x;y), $x \leq y$. Ponadto parę (x;y) i parę (y;x) należy uznać za jedno i to samo rozwiązanie.

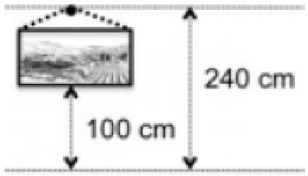
14 – Zaklinowany kwadrat. W dużym, białym kwadracie narysowano dwa odcinki łączące jego wierzchołek ze środkami boków, następnie zaklinowano mały, szary kwadrat w kącie utworzonym przez dwa odcinki. Duży kwadrat ma pole równe 234 cm^2. **Jakie jest, w centymetrach, pole małego, szarego kwadratu?** W razie potrzeby, przyjąć 1,414 dla $\sqrt{2}$.



KONIEC KATEGORII C2

15 – Trzy zabawki. Trinita kupuje trzy zabawki, których ceny, w walucie Math-Monnaie, są liczbami pierwszymi. Trzy różnice cen (większa minus mniejsza) są także liczbami pierwszymi. **Ile wydała ona, łącznie, w walucie Math-Monnaie, kupując te trzy zabawki?** Uwaga: liczba pierwsza jest liczbą całkowitą dodatnią większą niż 1 i mającą dokładnie 2 różne, całkowite, dodatnie dzielniki: liczbę 1 i nią samą; liczba 1 nie jest liczbą pierwszą.

16 – Galeria sztuki. Luc ma galerię sztuki, gdzie wszystkie haki w murze są wbite w odległości 2,40 m od podłogi. Dolna, pozioma krawędź każdego obrazu musi być obowiązkowo położona w odległości co najmniej 1 metra od podłogi.

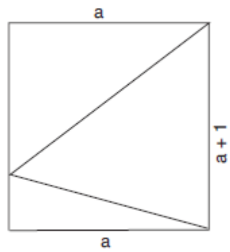


Luc przygotowuje wystawę kilkudziesięciu obrazów. Wie on tylko, że wszystkie obrazy są prostokątami, których szerokość jest równa połowie długości (patrz rysunek), a długości obrazów zawierają się w przedziale od 10 cm do 180 cm. Ponadto krawędzie będące długościami każdego obrazu muszą być zawsze umieszczone poziomo. Sznurek musi być umocowany swoimi końcami w dwóch górnych rogach obrazu. Środek każdego sznurka musi stykać się z hakiem w murze (powyżej górnej krawędzi każdego obrazu). Luc chce rozciąć sznurek na kawałki, wszystkie o tej samej długości, mogące sprostać wszystkim sytuacjom, tzn. dla wszystkich możliwych wymiarów obrazów, które będzie miał do zawieszenia. **Jaka (w centymetrach) jest, co najwyżej, długość jednego sznurka?** W Karcie odpowiedzi wpisać liczbę będącą zaokrągleniem wyniku, do pełnego, najbliższego centymetra. W razie potrzeby przyjąć 1,414 dla $\sqrt{2}$.

KONIEC KATEGORII L1, GP

17 – Reflektor. Przy wejściu na stadion Mathland znajduje się rzeźba w kształcie stożka o wysokości 2 metrów i promieniu podstawy 1 metr. W odległości 2 metrów od środka podstawy stożka znajduje się pionowy maszt mający 4 metry wysokości, z którego bardzo mocny reflektor oświetla cały obszar. **Jaka jest powierzchnia cienia stożka na ziemi?** Podać odpowiedź w m^2, do trzeciego miejsca po przecinku, w zaokrągleniu do najbliższej tysięcznej części m^2. Przyjąć, w razie potrzeby, 1,732 dla $\sqrt{3}$ i 3,1416 dla π .

18 – Pole ojca Iclite. Ojciec Iclite ma pole prawie kwadratowe, ale niezupełnie: jego długość i szerokość są liczbami całkowitymi dekametrów różniącymi się dokładnie o jeden dekametr (patrz rysunek). Dbający o przygotowanie swojego dziedziczenia ojciec Iclite dzieli swoje pole na trzy trójkątne parcele, których długości wszystkich boków wyrażają się liczbami całkowitymi dekametrów. Według rozcięcia zasugerowanego na rysunku wszystkie trzy trójkąty mają różne pola. **Jaka jest, co najmniej, powierzchnia pola ojca Iclite w dam^2 ?**



KONIEC KATEGORII L2, HC

POWODZENIA !