

**XXVIII Międzynarodowe Mistrzostwa
w Grach Matematycznych i Logicznych
XII Mistrzostwa Polski w GMiL
2013/2014**

Półfinał krajowy 22 marca 2014

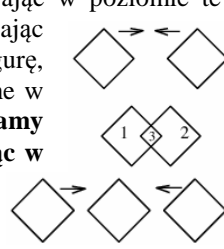
- CE** : zadania o numerach od **1** do **5**; czas - **60** minut
CM : zadania o numerach od **1** do **8**; czas - **90** minut
C1 : zadania o numerach od **1** do **11**; czas - **120** minut
C2 : zadania o numerach od **1** do **14**; czas - **180** minut
L1 i **GP**: zadania o numerach od **1** do **16**; czas - **180** min.
L2 i **HC**: zadania o numerach od **1** do **18**; czas - **180** min.

ZADANIA

POCZĄTEK WSZYSTKICH KATEGORII

1 – Jajka na tuziny. Jeżeli pół tuzina gęskich jajek (1 tuzin = 12 sztuk) kosztuje 12 zł, a tuzin kurzych jajek kosztuje 6 zł, to **jaki jest łączny koszt, w złotych, tuzina gęskich jajek i pół tuzina kurzych jajek?**

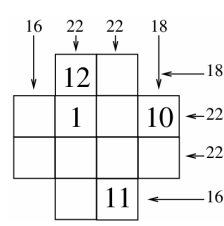
2 – Z trzema kwadratami. Przesuwając w poziomie te dwa kwadraty, bez obracania i nakładając je częściowo na siebie otrzymujemy figurę, na której pojawiają się trzy, narysowane w całości, kwadraty. **Ile otrzymamy kwadratów, co najwyżej, przesuwając w poziomie, bez obracania, trzy kwadraty przedstawione na rysunku obok?**



3 – Utworzyć 100. Umieścić cztery znaki dodawania $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ +\ +\ +\ +$ między niektórymi cyframi od 1 do 7, nie zmieniając przy tym kolejności cyfr, w taki sposób, **aby otrzymać „dodawanie” z sumą równą 100.**
Jeżeli istnieją różne rozwiązania, podać tylko jedno z nich.
 W formularzu odpowiedzi wypisać te cyfry w podanej kolejności (od lewej do prawej) wraz z umieszczonymi między cyframi znakami dodawania (bez przerw, bez znaku równości oraz bez sumy 100).

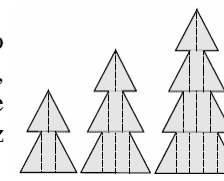
4 – Kolekcjoner samochodów. Pan Mathieu jest zapalonym kolekcjonerem samochodów. Każdy jego samochód jeździ na 4 kołach. Pewnego razu stwierdził, że wszystkie jego samochody mają łącznie 249 kół (razem z zapasowymi). Okazało się, że tylko 17 jego samochodów ma (każde po jednym) koło zapasowe. W pozostałych brakuje kół zapasowych; mają tylko po 4 koła. **Ile jest samochodów w kolekcji Pana Mathieu?**

5 – 12 pól. Na rysunku obok liczby umieszczone na zewnątrz figury złożonej z 12 pól wskazują sumę dwóch lub czterech liczb umieszczonych na polach danego wiersza lub danej kolumny. Jaś uzupełnił puste pola figury cyframi od 2 do 9 (użył każdej z nich jeden raz). **Jaką liczbę czterocyfrową odczytał w trzecim (licząc od góry) wierszu tej figury?** Ustawić te cztery cyfry w kolejności od lewej do prawej i jako liczbę czterocyfrową, bez przerw i przecinków, wpisać ją w formularz odpowiedzi.



KONIEC KATEGORII CE

6 – Świerki. Powierzchnia małego świerka, po lewej, wynosi 8 cm^2 , a świerka pośrodku 15 cm^2 . Wszystkie trójkąty są takie same. Również wszystkie prostokąty są takie same. **Jaka jest, w cm^2 , powierzchnia największego świerka, po prawej?** Uwaga: rysunek nie uwzględnia rzeczywistych długości.



7 – Kokieteria. Po ukończeniu 60 lat, mówi babcia Marysi, gdy jakiś „grubianin” pytał mnie o wiek, miałam zwyczaj odpowiadać odwracając kolejność cyfr w liczbie moich lat. Oczywiście, o ile było to dla mnie korzystne tj. gdy zmniejszałam swój wiek (np. 36 zamiast 63).
 - Czy często skłamałaś w ten sposób, babciu?
 - Przez 13 lat „odwracałam” liczbę moich lat w ten sposób, ale nigdy nie ośmieszylałam się mówiąc, że miałam 6, 7 lub 8 lat, ale już nastolatkę „odgrywałam”... Jutro babcia Marysi będzie obchodzić kolejne urodziny. **Które to będą urodziny?**

8 – Numeracja stron. Strony książki są ponumerowane liczbami naturalnymi: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13,... Jedna z cyfr w numerze ostatniej strony pojawia się, w zbiorze numerów stron tej książki, łącznie 20 razy. Gdyby w książce było o 13 stron mniej, to wtedy ta sama cyfra byłaby użyta łącznie 14 razy. **Ile stron ma ta książka?**

KONIEC KATEGORII CM

Uwaga do zadań od 9 do 12 oraz do zad. 15. Aby zadanie było kompletnie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i to rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej. W formularzu odpowiedzi przewidziano dla tych zadań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).

9 - Obiecująca liczba. Liczba całkowita dodatnia, która jest mniejsza od 2014, ma następujące własności:

- jeżeli odejmiemy od tej liczby 6, wynik będzie podzielny przez 6,
- jeżeli odejmiemy od tej liczby 7, wynik będzie podzielny przez 7,
- jeżeli odejmiemy od tej liczby 8, wynik będzie podzielny przez 8,
- jeżeli odejmiemy od tej liczby 9, wynik będzie podzielny przez 9.

Jaka jest ta liczba?

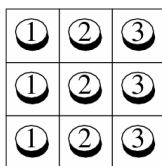
10 – Ogród Ojca Sifleur’a. Ojciec Sifleur ma ogród w kształcie trapezu prostokątnego. Trapez ten rozkłada się na prostokąt i trójkąt równoramienny (o niezerowym polu), które stykają się jednym bokiem. Prostokąt, którego długości boków są liczbami całkowitymi dekametrów (1dm = 10 m), ma pole równe 1200 m². **Jaka jest, w m², całkowita powierzchnia ogrodu Ojca Sifleur’a?**

11 – Klasa. W klasie łączna liczba dziewcząt i chłopców jest większa niż 20, a mniejsza niż 30. Jeżeli pomnożymy liczbę dziewcząt przez 7, a liczbę chłopców przez 2 i potem dodamy te dwie liczby, to otrzymamy 98. **Ile jest w tej klasie dziewcząt?**

KONIEC KATEGORII C1

12 – Dziadek. Dziadek Maciej ma więcej niż 65 lat, ale nie ma jeszcze 100. Liczba lat dziadka zapisuje się tymi samymi cyframi co liczba lat jego wnuka Grzegorza, a różnica tych dwóch liczb jest równa 45. **Ile lat ma dziadek Maciej?**

13 – Dziewięć żetonów. Mamy do dyspozycji dziewięć żetonów: trzy żetony z cyfrą 1, trzy inne z cyfrą 2 i trzy żetony z cyfrą 3 ułożone, jak na rysunku, na planszy 3×3. Mamy prawo zmieniać położenie dwóch dowolnych żetonów na planszy. Taką zmianę położenia dwóch żetonów nazwiemy, w tej grze, jednym ruchem. **Ile ruchów, co najmniej, jest potrzebnych, aby otrzymać taki układ na planszy, w którym suma liczb w każdym z trzech wierszy, w każdej z trzech kolumn i na każdej z dwóch przekątnych była równa 6 ?**

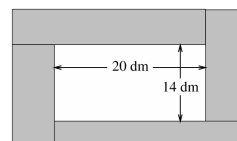


14 – Ciąg. Pierwszy wyraz ciągu $a_1 = 20$, a drugi wyraz $a_2 = 14$. Następnie, każdy kolejny wyraz tego ciągu jest funkcją dwóch wyrazów bezpośrednio go poprzedzających i określony wzorem rekurencyjnym: $a_{p+2} = (1 + a_{p+1})/a_p$, $p \geq 1$. W ten sposób $a_3 = 3/4$ itd. **Jaki jest 2014 wyraz a_{2014} ?** Jeśli odpowiedź nie jest liczbą całkowitą, podać wartość w postaci ułamka nieskracalnego (i – w formularzu odpowiedzi – podać go w postaci a/b).

KONIEC KATEGORII C2

15 – Dzielenie przez 11. Mathilda podzieliła pewną nieujemną, trzycyfrową liczbę całkowitą przez 11. Niespodzianka! Iloraz tego dzielenia, który jest dokładny (reszta z dzielenia jest równa zero) równa się sumie kwadratów wszystkich cyfr liczby wyjściowej. **Jaka jest ta liczba trzycyfrowa?**

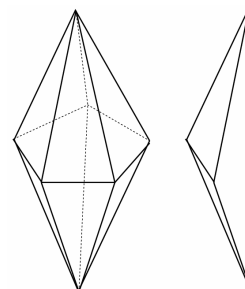
16 – Sztuka nowoczesna. Duży prostokąt na rysunku przedstawia obraz malarza Rec Tangl’a. Długość i szerokość małego białego prostokąta pośrodku wynosi odpowiednio 20 i 14 decymetrów. Długości i szerokości każdego małego szarego prostokąta są niezerowymi liczbami całkowitymi decymetrów. Pola czterech małych szarych prostokątów są jednakowe. **Jakie jest, co najmniej, w dm², pole jednego małego, szarego prostokąta?**



Uwagi: rysunek nie uwzględnia rzeczywistych wymiarów długości i szerokości. Ewentualnie, prostokąt może być kwadratem.

KONIEC KATEGORII L1, GP

17 – Bipiramida. Figura po lewej przedstawia bipiramidę o dwóch wierzchołkach, z których wychodzi 5 krawędzi i o pięciu wierzchołkach, z których wychodzą 4 krawędzie. Wszystkie 15 krawędzi mają tę samą długość, 19 mm. Bipiramida jest kamieniem szlachetnym. Można ją rozciąć na 5 identycznych czworościanów (figura po prawej), w których pięć spośród sześciu krawędzi pokrywa się z krawędziami bipiramidy. **Jaka jest, w milimetrach, zaokrąglona do najbliższego pełnego milimetra, długość szóstej krawędzi bipiramidy, tej, która jest różna od pięciu innych?** Do formularza odpowiedzi wpisać całkowitą liczbę milimetrów.



W razie potrzeby przyjąć 0,95 dla $\cos(\pi/10)$.

Uwaga: figura nie uwzględnia rzeczywistych długości.

18 – Szczęśliwy rok. Wyrazy ciągu o numerach 1, 2, 3 i 4 są odpowiednio 13^0 , 13^1 , 13^2 i 2014. Następnie każdy kolejny wyraz ciągu jest zawsze równy sumie czterech wyrazów bezpośrednio go poprzedzających. W ten sposób piątym wyrazem ciągu jest liczba $13^0 + 13^1 + 13^2 + 2014 = 13^3$. **Jak jest liczba cyfr w wyrazie tego ciągu o numerze 2014 ?** W razie potrzeby przyjąć 0,285 dla $\log(1,928)$ i 0,942 dla $\log(8,748)$ (logarytmy dziesiętne).

KONIEC KATEGORII L2, HC