XXVIII Międzynarodowe Mistrzostwa w Grach Matematycznych i Logicznych
XII Mistrzostwa Polski w GMiL

Finał krajowy – II dzień 11 maja 2014

CE : zadania o numerach od **1** do **5**; czas - **60** minut

CM : zadania o numerach od **1** do **8**; czas - **90** minut

C1 : zadania o numerach od **1** do **11**; czas - **120** minut

C2 : zadania o numerach od **1** do **14**; czas - **180** minut

L1 i **GP**: zadania o numerach od **1** do **16**; czas - **180** min.

L2 i **HC**: zadania o numerach od **1** do **18**; czas - **180** min.

WAŻNE !!! Wyniki należy wpisać w odpowiedniej ramce karty odpowiedzi.

Kartę wypełniać czytelnie, bez skreśleń i poprawek.

ZADANIA

POCZĄTEK WSZYSTKICH KATEGORII

1 – Klocki. Mamy co najmniej 50 jednakowych klocków o wymiarach 3×4×1. Układamy je w pudełku o wymiarach 12×22×1 tak, aby klocki nie wystawały z pudełka i aby można było je zamknąć. **Ile najwięcej klocków można zmieścić w tym pudełku?** Uwaga: wszystkie wymiary (klocków i pudełka) podano w centymetrach.

2 – Dodawanie. W działaniu przedstawionym obok, którego wynik jest prawidłowy, litera A zastępuje pewną, tę samą cyfrę, a litera B inną cyfrę. **Znaleźć liczbę BA.**

```
   BA
 + BA
 + BA
= 1BB
```

3 – Sztuczka liczbowa. Ania napisała dwucyfrową liczbę całkowitą dodatnią, która nie kończy się zerem. Potem skreśliła pierwszą cyfrę (cyfrę dziesiątek), a następnie pomnożyła pozostałą liczbę jednocyfrową przez 9. Niespodzianka: otrzymała ona swoją wyjściową liczbę. **Jaka była ta liczba wyjściowa?**

4 - Kolorowe kule. W urnie znajdują się kule: białe, czerwone i niebieskie, łącznie 30 sztuk. Kul niebieskich jest 9 razy mniej niż kul czerwonych i tych ostatnich jest najwięcej wśród tych trzech kolorów. **Ile jest kul białych?**

5 – Gra planszowa. Na prostokątnej planszy ustawiono dwa pionki białe (B) i dwa pionki czarne (C) – patrz rys. obok.

E	E		C	C

Możemy wykonywać dwa rodzaje ruchów przestrzegając następujących zasad:

- dowolny pionek można przesunąć na sąsiednie wolne pole,
- dowolnym pionkiem można przeskoczyć przez inny (jeden) pionek jeśli tylko pole, na które przeskakujemy, jest wolne.

Ile, co najmniej, ruchów należy wykonać, aby przestawić wszystkie pionki białe na miejsce pionków czarnych i jednocześnie pionki czarne na miejsce pionków białych?

KONIEC KATEGORII CE

6 – Wiek Marka. Marek urodził się 1 stycznia 2000 r. W 2014 roku ma on 14 lat, a suma cyfr roku 2014: 2+0+1+4=7 jest równa połowie liczby jego lat. **W którym, najbliższym po 2014, suma cyfr roku będzie równa jednej trzeciej liczby lat Marka?**

7 – Składanie arkusza. Jaś złożył na 5 części wzdłuż i na 4 części wszerz prostokątny arkusz papieru i otrzymał kwadrat. Obwód niezłożonego arkusza wynosi 378 cm. **Jaka jest szerokość** (krótszy bok), **w centymetrach, rozłożonego arkusza?**

8 – Skarpety. W szufladzie znajduje się pewna liczba niebieskich skarpet i taka sama liczba skarpet czerwonych (skarpety w danym kolorze są tego samego rozmiaru). Okazało się, że najmniejsza liczba skarpet, jakie musimy wybrać (sięgając ręką, bez patrzenia, do szuflady), by mieć pewność, że dostaniemy co najmniej jedną parę w tym samym kolorze, jest równa najmniejszej liczbie skarpet, jakie powinniśmy wybrać, by mieć pewność, że dostaniemy co najmniej dwie skarpety w różnych kolorach. **Ile skarpet jest w szufladzie?**

KONIEC KATEGORII CM

Uwaga do zadań od 9 do 18. *Aby zadanie bylo kompletnie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i to rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może sie zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).*

9 – Skrzynia jabłek. W dużej skrzyni są jabłka, których liczba jest mniejsza niż 800. Jeżeli będziemy wyjmować ze skrzyni po 2, po 3, po 4, po 5 i po 6 jabłek, to zostanie w niej zawsze po jednym jabłku. Natomiast przy wyjmowaniu ze skrzyni po 7 jabłek nie zostanie w niej ani jedno jabłko. **Ile jest jabłek w tej skrzyni?**

10 - Sąsiedzi Pana Jana. Pan Jan jest samotny i mieszka na czwartym piętrze budynku w lokalu numer 49. W tym budynku lokale są ponumerowane począwszy od parteru i piętro po piętrze w górę. Na każdym piętrze, a także na parterze jest taka sama liczba lokali. Wszystkie lokale na piętrze Pana Jana są zamieszkane, ale każdy przez osobę samotną. **Ilu sąsiadów ma on na swoim piętrze?**

11 – Algorytm Kasi. Kasia pisze jedynkę, która jest jej pierwszą liczbą. Potem pisze 2, która jest jej druga liczbą. Na każdym następnym etapie wybiera między dwukrotnością ostatnio napisanej liczby i sumą dwóch ostatnich napisanych liczb, a następnie zapisuje uzyskaną w ten sposób liczbę. Chce, aby szesnasta napisana liczba była nieparzysta i możliwie największa. **Jaką liczbę może ona uzyskać na szesnastym miejscu stosując powyższy algorytm?**

KONIEC KATEGORII C1

12 - Długi rachunek.
Jaka jest cyfra jedności sumy

$1^5 + 2^5 + 3^5 + 4^5 + \ldots + 2012^5 + 2013^5 + 2014^5$?

13 - Cięciwy. W kole o średnicy 10 cm punkt A znajduje się w odległości 4 cm od środka. **Ile jest cięciw przechodzących przez A, których długość wyraża się liczbą całkowitą centymetrów?** Uwaga: średnica jest szczególną cięciwą.

14 - Liczby siedmiocyfrowe. Tworzymy wszystkie liczby siedmiocyfrowe w zapisie których występuje jednokrotnie każda z cyfr 0, 1, 2, 3, 4, 5 i 6 i ustawiamy te liczby, w kolejności rosnącej, w ciąg liczbowy. **Jaki będzie wyraz tego ciągu o numerze 2014 ?**
Uwaga: żadna z tych liczb nie zaczyna się cyfrą 0.

KONIEC KATEGORII C2

15 – NWD = różnica. Cztery liczby całkowite dodatnie są takie, że NWD (największy wspólny dzielnik) jakichkolwiek dwóch spośród nich jest zawsze równy ich różnicy. **Jaka jest, co najmniej, suma tych czterech liczb?**

16 - Trzy w jednym. Zaczynając od trzech liczb naturalnych budujemy ciąg liczb, w którym każda następna liczba jest sumą trzech bezpośrednio ją poprzedzających. Na przykład: począwszy od 136, 9, 2 otrzymujemy: 147, 158, 307, 612, 1077, 1996,… Liczba 1996 jest dziewiątą liczbą w tym ciągu. **Jakie trzy pierwsze liczby powinniśmy wybrać, żeby liczba 1996 była trzynastą liczbą w tym ciągu?** (W Karcie odpowiedzi wypisać je w kolejności od lewej do prawej)

KONIEC KATEGORII L1, GP

17 – Sygnalizacja świetlna. Urzędnik wydziału komunikacji symuluje na komputerze ruch uliczny na głównej arterii swego miasta. Jest na niej n świateł ponumerowanych od 1 do n (n > 0) i w danej chwili każde światło świeci jednym z trzech kolorów: czerwonym, żółtym lub zielonym. Sygnalizacja ma spełniać warunek: dla dowolnych, różnych p i q , jeśli światła o numerach p i q są tego samego koloru, to światło o numerze p + q jest innego koloru. **Jaka jest, możliwie największa, liczba n taka, żeby warunek ten był spełniony?**

18 – Jezioro. W sercu tropikalnej dżungli znajduje się jezioro w kształcie trójkąta słynące z właściwości leczniczych jego wody. W trzech portach usytuowanych w wierzchołkach jeziora, które oznaczamy odpowiednio literami A, B i C zacumowane są łodzie rybackie. Miary boków BC, CA i AB jeziora wyrażają się liczbami całkowitymi kilometrów, a kąt B jest dwa razy większy od kąta C. **Podać, w podanej kolejności, odległości AB, AC i BC wiedząc, że odległość AC jest możliwie najmniejsza.**
Wszystkie odległości podać w kilometrach

KONIEC KATEGORII L2, HC

POWODZENIA !