XXVIII Międzynarodowe Mistrzostwa w Grach Matematycznych i Logicznych
XII Mistrzostwa Polski w GMiL

Finał krajowy – I dzień   10 maja 2014

CE : zadania o numerach od **1** do **5**;   czas - **60** minut
CM : zadania o numerach od **1** do **8**;   czas - **90** minut
C1 : zadania o numerach od **1** do **11**;   czas - **120** minut
C2 : zadania o numerach od **1** do **14**;   czas - **180** minut
L1 i **GP**: zadania o numerach od **1** do **16**;   czas - **180** min.
L2 i **HC**: zadania o numerach od **1** do **18**;   czas - **180** min.

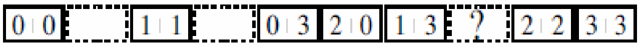
WAŻNE !!! Wyniki należy wpisać w odpowiedniej ramce karty odpowiedzi.

Kartę wypełniać czytelnie, bez skreśleń i poprawek.

ZADANIA

POCZĄTEK WSZYSTKICH KATEGORII

1 – Domino. Matylda układa „łańcuch” z 10 kostek domina



(oczka od 0-0 do 3-3). W tym łańcuchu, dla każdych dwóch kostek domina leżących obok siebie sąsiednie liczby na tych kostkach dają zawsze różnicę równą 1 (odejmujemy od liczby większej liczbę mniejszą). Matylda musi jeszcze umieścić trzy kostki domina: 2-1, 1-0 i 2-3. **Którą kostkę domina powinna umieścić w miejscu znaku zapytania, aby móc ulokować wszystkie trzy?**

2 – Urodziny. Mathias obchodzi swoje 11 urodziny. Zaprasza on swoich przyjaciół na przyjęcie urodzinowe. Wszyscy mają po 11 lat z wyjątkiem dwóch, którzy mają po 10 lat i jednego, który ma 12 lat. Wszyscy oni, tzn. Mathias i jego przyjaciele, mają razem 109 lat. **Ilu przyjaciół zaprosił Mathias?**

3 – Świece. Mathias bawi się pięcioma jednakowymi świecami. Zapala on co dwie godziny nową świecę. Każda świeca pali się dokładnie 8 godzin. **Jaka jest liczba godzin podczas których będą się paliły równocześnie dokładnie trzy świece?**

4 – Skarbonki. Matylda kolekcjonuje skarbonki i zbiera w nich tylko monety o nominale 1 euro. Wszystkie jej skarbonki zawierają co najmniej jedną monetę i nie ma wśród nich dwóch takich, które zawierają taką samą liczbę monet. Matylda ma razem 60 euro. **Ile ma ona, co najwyżej, skarbonek?**

5 – Dwadzieścia osiem lat Konkursu. Piszę liczbę 1986 (rok utworzenia Konkursu GMiL). Jest to moja pierwsza liczba. Piszę drugą liczbę, a jest nią suma liczby 1986 i jednej z jej cyfr (tą cyfrą może być 1, 9, 8 lub 6). Wybieram następnie jedną cyfrę z drugiej napisanej liczby, którą dodaję do niej, aby otrzymać i napisać trzecią liczbę. Po kilkakrotnej realizacji tej operacji (wybór jednej cyfry z ostatniej napisanej liczby i dodanie jej do ostatniej napisanej liczby, aby otrzymać i napisać następną) otrzymuję liczbę 2014 i jest to ostatnia moja napisana liczba. **Ile liczb, co najmniej, wtedy napisałem?**

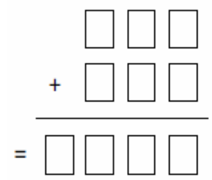
KONIEC KATEGORII CE

6 – Sześciany. Pomalowano wszystkie ściany dużego drewnianego sześcianu. Następnie podzielono ten sześcian dwunastoma (prostoliniowymi) cięciami piły tak, aby powstały małe sześciany mające ten sam wymiar. Nie przesuwano żadnego kawałka przed zakończeniem cięć. Otrzymano w ten sposób pewną liczbę małych sześcianów, część których była zabarwiona (miały one co najmniej jedną pomalowana ścianę), a na pozostałych nie było śladu farby. **Ile było zabarwionych, małych sześcianów?**

7 – Wakacje. Grupa 9 osób na wakacjach (A, B, C, D, E, F, G, H, I) zasiada każdego dnia do wspólnego obiadu przy trzech trójkątnych stołach po 3 osoby przy każdym stole. Podczas ich pobytu każda osoba sąsiadowała z każdą inną dokładnie dwa razy mając tę osobę jeden raz po swojej prawej i jeden raz po swojej lewej stronie. **Ile dni trwał ich pobyt?**

8 – Dodawanie. Umieścić wszystkie cyfry od 0 do 9 w kratkach tego dodawania (po jednej cyfrze w kratce) tak, aby:

- dodawanie było prawidłowe,
- wynik był możliwie największy.



Jaki jest wynik tego dodawania?

KONIEC KATEGORII CM

Uwaga do zadań od 9 do 18. *Aby zadanie bylo kompletnie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i to rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może sie zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).*

9 – Lampy na sześcianie. Rozmieszczono lampy na krawędziach sześcianu. Na krawędziach każdej ściany jest 8 lamp i są one tak rozmieszczone, że każda odległość każdej z nich do każdej z dwóch najbliższych jej lamp jest taka sama. **Ile jest lamp na tym sześcianie?**

10 – Odgadnij litery.
FFJM (to skrót nazwy Federacji Francuskiej Gier Matematycznych) jest naturalną liczbą czterocyfrową.
JEU (po francusku „Gra”) jest naturalną liczbą trzycyfrową.
Liczba FFJM jest sumą liczby JEU i liczby 2014. **Jaką liczbę pięciocyfrową przedstawia skrót EFJMU ?**
Ta sama litera przedstawia zawsze tę samą cyfrę, dwie różne litery przedstawiają różne cyfry.

11 - Mathcité. Mathcité jest miastem w kształcie kwadratu o boku 5 km. Ulice, każda równoległa do jednego z boków tego kwadratu, których szerokości pomijamy, dzielą to miasto na kwadraty, każdy o boku 200 m. Mateusz, mieszkaniec tego miasta, ruszył pieszo spod swego domu. Idąc tylko ulicami miasta, obszedł pewien jego obszar i wrócił na punkt startu, pod swój dom. Przeszedł dokładnie 10 km. **Jaka jest maksymalna powierzchnia, wyrażona w km^2, obszaru miasta, który mógł obejść?**

KONIEC KATEGORII C1

12 – Szyfr. Arsène chce otworzyć sejf, w którym klawiatura, umieszczona na drzwiach sejfu, ma 3 przyciski: A, B i C. Szyfr jest ciągiem trzech liter (A, B lub C). Jedna litera może występować w szyfrze jeden raz, dwa lub trzy razy. Jeżeli trzy ostatnie „kliknięcia" na klawiaturze „wywołują" 3 literowy szyfr (tzn. trzecie od końca, przedostatnie i ostatnie „kliknięcie" daje odpowiednio pierwszą, drugą i trzecią literę w ciągu stanowiącym szyfr), to wtedy drzwi sejfu otwierają się. Dzięki wspólnikowi Arsène wie, że szyfr zaczyna się od litery A (jest 9 możliwych przypadków). **Ile razy, co najwyżej, będzie musiał „klikać" na klawiaturze, aby otworzyć sejf?** Zakładamy, że Arsène rozumuje najlepiej (odpowiedź jest możliwie najmniejsza).

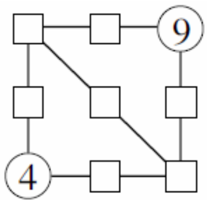
13 – Supermocna waza. Przedsiębiorstwo wynalazło model „supermocnej" wazy. W bardzo wysokim budynku przeprowadza się test, aby sprawdzić jakie jest najwyższe piętro, z którego można upuścić wazę nie powodując jej stłuczki po upadku na ziemię. Wiadomo, że jest to piętro co najmniej pierwsze i co najwyżej szesnaste i jest takie samo dla wszystkich waz. Waza może być puszczana dużą liczbę razy nie tłukąc się, nie zmienia to w niczym jej technicznych własności. Przedsiębiorstwo dało pracownikowi przeprowadzającemu test 2 wazy, które ma prawo stłuc. **Jaka jest liczba prób, co najmniej, w przypadku najbardziej niekorzystnym, która gwarantuje ustalenie najwyższego piętra, z którego upuszczona waza nie rozbije się o ziemię.**
Uwaga: parter budynku uważa się za piętro nr 0.

14 – Liczba trzycyfrowa. Znaleźć liczbę trzycyfrową, która jest równa sumie: podwojonego kwadratu sumy swoich cyfr oraz sumy swoich cyfr.

KONIEC KATEGORII C2

15 – Sala widowiskowa. Fotele w sali widowiskowej są ponumerowane od 1 do 2014 rząd po rzędzie idąc od sceny i z lewa na prawo patrząc na salę ze sceny. W ten sposób fotel nr 2 jest na przecięciu pierwszej linii (rzędu) i drugiej kolumny. Rzędy (linie) w tej sali zawierają, wszystkie, taką samą liczbę foteli. W każdej kolumnie jest też taka sama liczba foteli. **Jaki jest numer fotela na przecięciu dwudziestego rzędu i czternastej kolumny?**

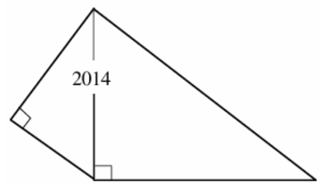
16 – Pięć NWW.
Wpiszcie całkowitą dodatnią liczbę dwucyfrową w każdy z siedmiu pustych kwadratów.



Wszystkie liczby muszą być różne. Na każdej z pięciu wytyczonych linii liczba w środku musi być Najmniejszą Wspólną Wielokrotnością dwóch innych na tej linii. Na przekątnej, liczba na górze po lewej musi być większa od tej na dole po prawej.

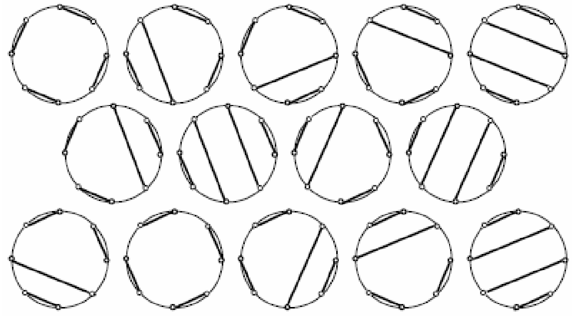
KONIEC KATEGORII L1, GP

17 – Teren roku. Po otrzymaniu spadku bracia Tri i Rect Angle podzielili się czworokątnym terenem, którego cztery boki mają długości wyrażające się liczbami całkowitymi decymetrów. Wspólny bok dwóch trójkątów prostokątnych ma długość 2014 dm. Obwód czworokątnego terenu jest mniejszy od 10000 dm. **Jaki jest ten obwód, w decymetrach?**



Uwaga: figura nie uwzględnia rzeczywistych długości.

18 – Polowanie na upiory. Grupa N myśliwych zwalcza N upiorów. Każdy myśliwy jest uzbrojony w laser, który potrafi wyeliminować upiora jednym wystrzelonym promieniem świetlnym. Promień rozchodzi się po linii prostej i kończy swój bieg trafiając upiora. Trzeba wyeliminować wszystkie upiory w jednej i tej samej chwili,



a dwa promienie nie powinny się nigdy krzyżować. Myśliwi i upiory są umieszczeni, na przemian, w 2N punktach rozłożonych w równych odstępach na okręgu. Dla N = 1, 2, 3 i 5 liczba strategii wygrywających jest równa odpowiednio: 1, 2, 5 i 42. Dla N = 4 figura przedstawia 14 strategii wygrywających. **Ile jest strategii wygrywających dla N = 7 ?**

KONIEC KATEGORII L2, HC

POWODZENIA !