XXVII Międzynarodowe Mistrzostwa
w Grach Matematycznych i Logicznych

XI Mistrzostwa Polski w GMiL

2012/2013

Półfinał krajowy 23 marca 2013

CE : zadania o numerach od **1** do **5**; czas - **60** minut

CM : zadania o numerach od **1** do **8**; czas - **90** minut

C1 : zadania o numerach od **1** do **11**; czas - **120** minut

C2 : zadania o numerach od **1** do **14**; czas - **180** minut

L1 i **GP**: zadania o numerach od **1** do **16**; czas - **180** min.

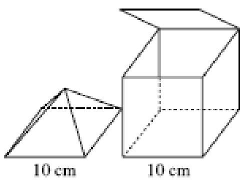
L2 i **HC**: zadania o numerach od **1** do **18**; czas - **180** min.

ZADANIA

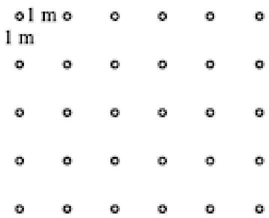
POCZĄTEK WSZYSTKICH KATEGORII

1 – Dedukcja. Po wypadku na deskorolce inspektor Dede Duction przepytał 3 obecne osoby:
Anatol oświadcza: „ Celina powiedziała prawdę”,
Beata oświadcza: „ Celina skłamała”,
Celina oświadcza: „ Anatol powiedział prawdę”.
Inspektor wie, że tylko jedna osoba spośród tych trzech systematycznie kłamie, dwie pozostałe zawsze mówią prawdę. **Kto skłamał?**
(w formularzu odpowiedzi wpisać tylko pierwszą dużą literę imienia osoby, która skłamała).

2 – Piramidy. Matylda znalazła na strychu swojego dziadka 10 drewnianych piramid o podstawie kwadratowej o boku 10 cm. Wszystkie te piramidy mają wysokość 5 cm. Matylda ma do dyspozycji pudełko w kształcie sześcianu o krawędzi 10 cm. Wkłada pewną liczbę piramid do pudełka, które potem zamyka. **Ile piramid, co najwyżej, mogła włożyć do pudełka?**

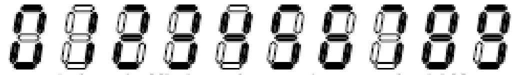


3 – Owce. Ojciec Mathias ma 14 barierek, każda o długości 1 m, z których chce zbudować zamkniętą zagrodę dla swoich owiec. Każda barierka musi być umieszczona między dwoma punktami rozstawionymi w jednometrowych odstępach na siatce przedstawionej na rysunku. Każda owca powinna mieć do dyspozycji trawiastą powierzchnię odpowiadającą polu małego kwadratu siatki. **Ile owiec, co najwyżej, ojciec Mathias będzie mógł umieścić w swojej zagrodzie?**



4 – Zepsuty kalkulator. Na tym kalkulatorze są tylko 3 działające przyciski: przycisk « + », przycisk « × » i przycisk « 5 ». Po włączeniu kalkulatora zawsze wyświetla się cyfra „5”. Następnie używamy jednego z przycisków « + » lub « × » i naciskamy przycisk « 5 ». Wtedy na ekranie kalkulatora wyświetla się wynik wprowadzonej właśnie (ostatniej) operacji pomiędzy dwiema liczbami (ostatnią wyświetloną na ekranie i drugą, którą jest zawsze liczba „5”). W ten sposób, po czterokrotnym naciśnięciu na jeden z przycisków « + » lub « × » oraz czterokrotnym użyciu przycisku « 5 » kalkulator wyświetla liczbę 100. **Jakie są trzy pośrednie (bez pierwszej „5” i końcowej 100) liczby wyświetlone przez kalkulator?**
(ustawić te trzy liczby w kolejności wyświetlania od lewej do prawej i jako liczbę kilkucyfrową, bez przerw i przecinków, wpisać w formularz odpowiedzi).

5 – Zegar. Na tym zegarze cyfry od 0 do 9 są



przedstawiane jak pokazuje rysunek. Od kiedy zegar jest uszkodzony, wyświetla on tylko jedną cyfrę i cyfrę tę zmienia co sekundę. Podczas zmiany cyfry zawsze w danej cyfrze albo jedna z zapalonych kreseczek gaśnie albo jedna z wygaszonych dotychczas kreseczek zapala się. Właśnie zegar wyświetlił 0. Od tej chwili obserwujemy zegar przez najbliższe 5 sekund. Łącznie, z początkowym 0, wyświetlił on sześć różnych cyfr. **Jaka jest ostatnia, szósta cyfra, którą wyświetlił?**

KONIEC KATEGORII CE

6 – Dziewięć cyfr. W tym mnożeniu użyto dziewięć cyfr od 1 do 9 (siedem z nich zamaskowano), każdą jeden raz. **Odtworzyć to mnożenie.**
W formularzu odpowiedzi podać tylko wynik tego mnożenia.

$$\begin{array}{r} \_\,\_\,\_\,8 \\ \times\ 4 \\ \hline =\ \_\,\_\,\_\,\_ \end{array}$$

7 – Suma roku. Mathias pisze wszystkie czterocyfrowe liczby całkowite dodatnie używając jedną cyfrę 2, jedno 0, jedną jedynkę i jedną trójkę (liczba czterocyfrowa nie zaczyna się nigdy zerem). Następnie dodaje te wszystkie liczby. **Jaki wynik otrzymuje?**

8 – Dwie wioski. Alphaville i Betabled są dwiema wioskami odległymi jedna od drugiej o 10 km. Kilka krajowych dróg prostoliniowych przebiega w pobliżu tych dwóch wiosek. Każda z nich przebiega dokładnie 2 km od Alphaville i dokładnie 3 km od Betabled. **Jaka jest, co najwyżej, liczba tych dróg krajowych?**

KONIEC KATEGORII CM

9 - Planeta Krypton. Na planecie Krypton 1/4 całkowitej populacji ludności składa się z osobników leworęcznych a 1/5 reszty z praworęcznych. Wszyscy pozostali zaś kryptończycy są oburęczni. **Jaki procent całkowitej populacji stanowią osobnicy praworęczni?**
Uwaga: zakładamy, że żaden leworęczny i żaden praworęczny nie jest oburęczny.

Uwaga do zadań 10 i 11. *Aby zadanie bylo kompletnie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i to rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej. W formularzu odpowiedzi przewidziano dla tych zadań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może sie zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).*

10 – Liczby dwucyfrowe. Trzy dwucyfrowe liczby całkowite dodatnie napisane są za pomocą sześciu cyfr: 2, 3, 4, 5, 6 i 7. Suma tych trzech liczb jest równa 171, a różnica między dwiema mniejszymi jest równa 11. **Znaleźć te liczby, ustawić je w kolejności rosnącej od lewej do prawej a do formularza odpowiedzi wpisać liczbę sześciocyfrową utworzoną z tak ustawionych trzech liczb dwucyfrowych** (bez przerw i bez przecinków).

11 – Przegrywający podwaja. Trzech graczy rozegrało 3 partie w grze „Kto przegrywa podwaja". W każdej partii jest zawsze jeden przegrywający i on musi podwoić posiadaną kwotę przez każdego z pozostałych graczy (gra kończy się, jeżeli nie jest on w stanie tego uczynić). Po trzech partiach każdy gracz ma 24 euro**.** Wiadomo, że na starcie żaden z nich nie miał więcej niż 40 euro. **Ich początkowe kwoty euro ustawiamy w kolejności rosnącej (od lewej do prawej), następnie tworzymy z tych 3 kwot jedną liczbę kilkucyfrową. Jaką liczbę otrzymamy?** W formularzu odpowiedzi wpisać tę kilkucyfrową liczbę bez przerw i bez przecinków.

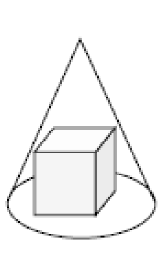
KONIEC KATEGORII C1

12 – Przez 5 i przez 6. Liczba 987 ma sumę cyfr podzielną przez 6: 9+8+7=6×4, a liczba 988 ma sumę cyfr podzielną przez 5: 9+8+8=5×5. **Jakie są dwie najmniejsze, następujące bezpośrednio po sobie, liczby całkowite dodatnie takie, że mniejsza z nich ma sumę cyfr podzielną przez 6 a większa sumę cyfr podzielną przez 5?** Ustawić je w kolejności rosnącej od lewej do prawej a do formularza odpowiedzi wpisać jedną liczbę kilkucyfrową utworzoną z tak ustawionych dwóch liczb (przez przerwy i bez przecinka).

13 – Trójkąty Matyldy. Matylda rysuje trójkąty prostokątne spełniające następujące warunki:
- ich przyprostokątne mają długości wyrażające się liczbami całkowitymi milimetrów,
- ich pole jest równe 2013 mm^2.

Ile ich jest?
Będziemy uważać za identyczne dwa trójkąty, które nakładają się jeden na drugi po odwróceniu.

14 – Sztuka Mage Hic'a. Kapelusz mage Hic'a jest stożkiem obrotowym, którego podstawa jest kołem o promieniu 27 cm i którego wysokość mierzy 70 cm.



Po wypowiedzeniu magicznej formuły, Mage Hic wyczarował pojawienie się sześcianu we wnętrzu stożka. **Ile wynosi, co najwyżej, długość krawędzi sześcianu (podana w mm)?**
W razie potrzeby przyjąć 1,414 dla $\sqrt{2}$, a otrzymany wynik zaokrąglić do najbliższego milimetra i tę liczbę całkowitą wpisać do formularza odpowiedzi.

KONIEC KATEGORII C2

15 – Kwadrat wokół trójkąta. Trójkąt równoboczny o boku 10 cm jest narysowany w zeszycie Mathiasa. Buduje on wtedy kwadrat, którego boki przechodzą przez trzy wierzchołki trójkąta. **Ile wynosi, co najmniej, długość boku kwadratu (podana w mm)?** W razie potrzeby przyjąć 1,414 dla $\sqrt{2}$; 1,732 dla $\sqrt{3}$, a wynik zaokrąglić do najbliższego milimetra i tę liczbę całkowitą wpisać do formularza odpowiedzi.

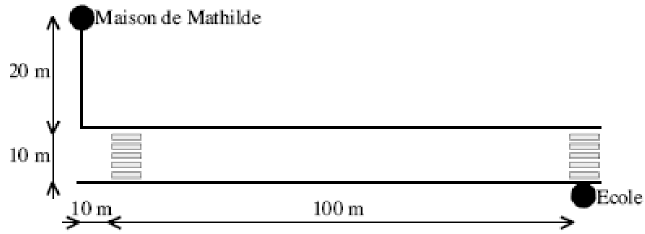
16 – Dwie liczby. Dwie liczby całkowite dodatnie są takie, że:
- różnica ich kwadratów jest sześcianem;
- różnica ich sześcianów jest kwadratem.

Ile wynosi większa z tych dwóch liczb, jeżeli jest ona mniejsza od 20?

KONIEC KATEGORII L1, GP

17 – Rok „produktywny". Liczba 2013 jest produktywna: iloczyny dwóch kolejnych cyfr 2×0, 0×1 i 1×3 czyli 0, 0 i 3 są widoczne w zapisie liczby 2013. Podobnie jest z liczbą 1261, ponieważ 2, 12 i 6 są widoczne w 1261. **Jaka jest najmniejsza liczba produktywna (całkowita liczba dodatnia), do zapisu której używa się dziesięciu cyfr od 0 do 9?**

18 – Droga do szkoły. Matylda, gdy udaje się do szkoły (Ecole), zawsze idzie z prędkością 4,5 km/h. Opracowała



ona strategię, która pozwala jej wyjść możliwie najpóźniej z domu (Maison) i nigdy nie przyjść do szkoły po godzinie 8.30. W tym celu zauważyła, że światła na dwóch przejściach dla pieszych przez ulicę, przy której znajduje się jej szkoła były zielone w ciągu 15 s, potem czerwone w ciągu 45 s, potem znowu zielone itd. Ponadto światła są zsynchronizowane (są one tego samego koloru w tej samej chwili) i są widoczne z dowolnego punktu jej trasy. Natomiast moment, od którego zaczynają one funkcjonować rano nie jest stały i nie można wiedzieć z góry, o której godzinie zmienią się one na zielone. **Która jest, średnio, godzina, o której Matylda przybywa do szkoły wiedząc, że po tym jak wyjdzie ona z domu do szkoły, próbuje zawsze przyjść możliwie najwcześniej do szkoły.** Podać, w formularzu odpowiedzi godzinę zaokrągloną do najbliższej sekundy w formacie: 82537 dla godziny: 8 godz, 25 min, 37 s.

KONIEC KATEGORII L2, HC