

**XXVII Międzynarodowe Mistrzostwa
w Grach Matematycznych i Logicznych
XI Mistrzostwa Polski w GMiL**

Finał krajowy – II dzień 12 maja 2013

CE : zadania o numerach od **1** do **5**; czas - **60** minut
CM : zadania o numerach od **1** do **8**; czas - **90** minut
C1 : zadania o numerach od **1** do **11**; czas - **120** minut
C2 : zadania o numerach od **1** do **14**; czas - **180** minut
L1 i GP: zadania o numerach od **1** do **16**; czas - **180** min.
L2 i HC: zadania o numerach od **1** do **18**; czas - **180** min.

WAŻNE !!! Wyniki należy wpisać w odpowiedniej ramce karty odpowiedzi.

Kartę wypełniać czytelnie, bez skreśleń i poprawek.

ZADANIA

POCZĄTEK WSZYSTKICH KATEGORII

1 – Akwarium. Akwarium napełnione wodą do pełna waży 108 kg, a napełnione wodą do połowy waży 57 kg. **Ile kilogramów waży puste akwarium?**

2 – Strona książki. Strony książki Tomka są ponumerowane liczbami naturalnymi począwszy od liczby 1. Do ponumerowania wszystkich stron (bez okładki) użyto trzynastokrotnie cyfrę 3. **Jaki jest numer ostatniej strony w książce Tomka?**

3 – Dzielenie przez 3. Jaką liczbę trzeba usunąć spośród liczb: 3, 5, 7, 8, 9, 11, aby suma pozostałych liczb była podzielna przez 3 ?

4 – Zawody sportowe. W szkolnych zawodach sportowych Adam startował w skoku w dal i w końcowej klasyfikacji był na siódmym miejscu w tabeli. Jego kolega Marcin miał skoki dłuższe i zajął miejsce dokładnie w środku tabeli wyników (tzn. wyprzedzało go tylu zawodników ilu on wyprzedzał). Inny kolega Adama miał skoki krótsze od jego skoków i był na dziesiątym miejscu w tabeli. **Ilu zawodników startowało w konkurencji skoku w dal?**


5 – Kasztany. Nauczyciel polecił uczniom klasy 2c przynieść na lekcję zajęć technicznych kasztany. Część uczniów przyniosła po 2 kasztany. Niektórzy uczniowie przynieśli po 3 kasztany, a pozostali uczniowie przynieśli po 6 kasztanów. Uczniów, którzy przynieśli po 2 kasztany było trzy razy więcej niż tych, którzy przynieśli po 6 kasztanów. Natomiast uczniów, którzy przynieśli po 3 kasztany było dwa razy więcej niż tych, którzy przynieśli po 2 kasztany. Nauczyciel zebrał wszystkie kasztany i okazało

się, że może je teraz, wszystkie, sprawiedliwie rozdzielić dając każdemu uczniowi w klasie taką samą liczbę kasztanów. **Po ile kasztanów otrzymał każdy uczeń?**

KONIEC KATEGORII CE

6 – Łakomczuch. Darek i Marek biorą cukierki z torby w następujący sposób: Darek bierze jednego cukierka, Marek – bardziej łakomy, bierze dwa, potem Darek bierze trzy, Marek – cztery itd. Każdy z nich bierze o jednego cukierka więcej niż kolega. Marek bierze ostatni i w rezultacie ma 10 cukierków więcej niż Darek. **Ile cukierków, łącznie, wzięli z torby?**

7 – Przedstawienie szkolne. Cztery uczennice: Kasia, Lena, Maja i Nina śpiewały piosenki na przedstawieniu szkolnym. Każdą piosenkę wykonywały trzy uczennice. Kasia zaśpiewała 8 piosenek, najwięcej ze wszystkich, a Lena zaśpiewała 5 piosenek – najmniej ze wszystkich. **Ile piosenek wykonano podczas tego przedstawienia?**

8 – Pięć odważników. Mamy pięć odważników o masach, w gramach: 1, 2, 5, 6 i 10. **Ile różnych mas, w gramach, możemy zważyć**  **kładąc tylko na jednej szalce wagi dwuszalkowej jeden lub więcej z tych pięciu odważników?**

KONIEC KATEGORII CM

Uwaga do zadań od 9 do 18. Aby zadanie było kompletnie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i to rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).

9 – Pasterz - geometra. Pasterz ma koliste pastwisko o średnicy 90 metrów, na którym pasą się jego kozy. Każda z nich jest przywiązana 15 metrowym sznurem do palika. Pasterz nie może dokupić jeszcze jednej kozy i ulokować jej na pastwisku ponieważ wtedy co najmniej dwie spośród nich przeszkadzałyby sobie lub jedna szczypałaby trawę sąsiadki. **Jaki procent powierzchni całego pastwiska stanowi powierzchnia trawy niewyszczypanej przez kozy?** Podać wynik zaokrąglony do najbliższego całkowitego procenta.

10 - Ustawianie żołnierzyków. Jaś ma pewną liczbę ołowianych żołnierzyków, nie większą niż 100, którymi się chętnie bawi. Ostatnio próbował ustawiać je wszystkie w kolumnę czwórkami, ale zostało mu trzech żołnierzyków. Jak próbował ustawić całe swoje wojsko w kolumnę trójkami, to zostały mu dwa żołnierzyki. **Ilu żołnierzyków zostanie Jasiowi, jeśli spróbuje ustawić całe swoje wojsko w kolumnę szóstkami?**

11 – Test zadaniowy. Uczeń otrzymał do rozwiązania 20 zadań. Za każde prawidłowe rozwiązanie zadania otrzymuje on 8 punktów, za nieprawidłowe rozwiązanie minus 5 punktów, a za zadanie, do rozwiązania którego nie przystąpił, zero punktów. Uczeń uzyskał łącznie 13 punktów. **Ile zadań on rozwiązywał?**

KONIEC KATEGORII C1

12 - Liczba trzycyfrowa. W pewnej trzycyfrowej liczbie całkowitej dodatniej, w jej zapisie dziesiętnym, w której nie występuje zero, skreślono pierwszą cyfrę setek a następnie pomnożono powstałą liczbę dwucyfrową przez cyfrę niezerową. W rezultacie otrzymano wyjściową liczbę trzycyfrową. **Jaka jest ta liczba trzycyfrowa?**

13 – Wielokrotność liczby 93. Pewna liczba całkowita dodatnia, która jest wielokrotnością liczby 93, ma dwie pierwsze cyfry jednakowe i równe a. Wiadomo, że cyfra a nie jest ani jedynką ani zerem. Następne cyfry to jedynki. Tak więc liczba ta napisana w układzie dziesiętnym ma postać $aa1\dots1$. **Znaleźć cyfrę a oraz liczbę jedynek potrzebnych do napisania tej liczby.**

14 – Ułamki Zenka. Zenek źle przyswoił sobie regułę dodawania ułamków i aby zsumować dwa ułamki, pomnożył je, a następnie odjął otrzymany iloczyn od liczby 1. Taki dziwny sposób dodawania ułamków zastosował do dwóch ułamków nieskracalnych, których liczniki i mianowniki są liczbami całkowitymi większymi od zera ale mniejszymi od 10. Szczęśliwym zbiegiem okoliczności otrzymał prawidłowy wynik. **Jakie były te dwa ułamki?** W karcie odpowiedzi podać je w kolejności rosnącej.

KONIEC KATEGORII C2

15 – Ciąg okresowy. Komputer jest tak zaprogramowany, że jeśli wpisze się dwa pierwsze wyrazy ciągu a_1, a_2, a_3, \dots , to on podaje kolejne wyrazy ciągu pisząc na każdym następnym miejscu cyfrę jedności sumy dwóch wyrazów ciągu bezpośrednio poprzedzających dany wyraz ciągu. Ewa wpisała dwie liczby całkowite dodatnie jako dwa pierwsze wyrazy ciągu i komputer wygenerował jej ciąg okresowy o okresie 4. **Jakie były dwa pierwsze wyrazy tego ciągu?**

16 – Dwa prostokąty. Karol narysował na kartce papieru $15\text{cm} \times 30\text{cm}$ dwa prostokąty o bokach całkowitoliczbowych i ze zdziwieniem stwierdził, że pole pierwszego prostokąta jest dwa razy większe niż pole drugiego prostokąta mimo, że obwody obydwu prostokątów są takie same. **Jakie wymiary, w centymetrach, miały te prostokąty?**

KONIEC KATEGORII L1, GP

17 – Trójkątne działki. Działki Piotra i Pawła mają kształt trójkątów. Są to trójkąty podobne, nierównoramienne, których długości boków wyrażają się liczbami całkowitymi hektometrów. Powierzchnia działki Pawła jest mniejsza od powierzchni działki Piotra, ale suma długości dwóch boków jednej działki jest równa sumie długości pewnych dwóch boków drugiej działki. **Jaki jest, w hektometrach, minimalny obwód mniejszej z tych działek?**

18 – Dwie nietypowe kości. Na każdej ścianie dwóch sześciennych kości figuruje liczba całkowita dodatnia nie przekraczająca 12, przy czym na danej kości liczby mogą się powtarzać. Kości nie muszą być identyczne. Rzucamy taką parę kości i dodajemy dwie uzyskane liczby, widoczne na górnych ścianach kości. Można w ten sposób otrzymać liczby naturalne od 2 do 19 i tylko takie; każdą z nich z tym samym prawdopodobieństwem. **Jakie liczby znajdują się na ścianach tych dwóch kości?** Wypisać te liczby, w kolejności niemalejącej, dla każdej kości oddzielnie.

KONIEC KATEGORII L2, HC

POWODZENIA !