

FINALE du 27^e Championnat 29 sierpnia 2013

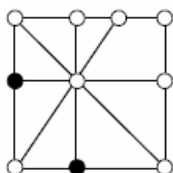
POCZATEK WSZYSTKICH KATEGORII

1 – WIEK MATHIEU (wspolczynnik 1)

Wszystkie cztery cyfry roku 2013 sa rozne. Mathieu urodzil sie 1 stycznia ostatniego roku, ktorego wszystkie cztery cyfry byly takze rozne. **Ile lat ma dzis Mathieu?**

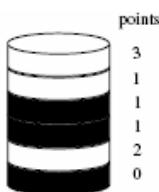
2 – NA CZARNO I BIALO (wspolczynnik 2)

Dwa kolka sposcrod dziesieciu na figurze zostaly zaczernione. **Zaczernic inne kolka w taki sposob, aby na kazdej z osmiu linii prostych zawierajacych trzy lub cztery narysowane kolka bylo zawsze: 1 lub 3 czarne kolka.**



3 – STOSY ZETONOW (wspolcz. 3)

Uklada sie na stos jedne na drugie, w dowolnej kolejnosci, trzy biale zetony i trzy czarne zetony. Liczba punktow (*points*) jest obliczana w nastepujacy sposob:

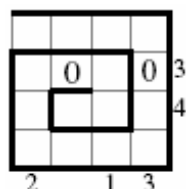


- zeton umieszczony miedzy dwoma zetonami tego samego koloru przynosi 2 punkty;
- zeton umieszczony miedzy dwoma zetonami roznych kolorow przynosi 1 punkt;
- zeton bedacy na dole lub na gorze stosu, ktory dotyka jednego zetonu innego niz on koloru, przynosi 0 punktu;
- zeton bedacy na dole lub na gorze stosu, ktory dotyka jednego zetonu tego samego co on koloru, przynosi 3 punkty.

Figura przedstawia przyklad stosu, ktory przynosi 8 punktow. **Jaka jest najwieksza mozliwa liczba punktow, ktora mozna osiagnac?**

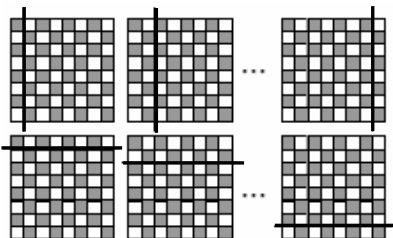
4 – SPIRALA ROKU (wspolcz. 4)

Figura przedstawia spirale. Wyruszamy z pola na lewo na gorze, nastepnie przemieszczamy sie z jednego pola na drugie w kierunku ruchu wskazowek zegara nie przekraczajac nigdy grubej kreski. Przemieszczajac sie tak po spirali trzeba napisac w pewnych polach i w podanej kolejnosci liczby: 2, 0, 1, 3, 2, 0, 1 i 3. Kazde niepuste pole powinno zawierac jedna liczbe. Kazda liczba na zewnatrz kraty podaje sume liczb w odpowiadajacym wierszu lub w odpowiadajacej kolumnie. Dwie liczby 0 zostaly juz wpisane. **Wpisac szesc pozostalych liczb w tej kratce.**



5 – PODZIAL SZACHOWNICY (wspolczynnik 5)

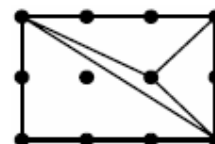
Kazde z 64 pol szachownicy 8x8 moze zawierac co najwyzej jedna figure. Jest czternascie sposobow podzialu szachownicy na dwa prostokaty wedlug linii podzialu miedzy sasiedzujacymi dwiema kolumnami lub dwoma wierszami. **Jezeli na koncu partii szachow przy jakimkolwiek podziale, jeden z dwuch otrzymanych prostokatow zawiera zawsze jedna i tylko jedna figure, to ile figur, co najwyzej, pozostaje na szachownicy?**



KONIEC KATEGORII CE

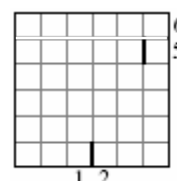
6 – LAMY (wspolczynnik 6)

Prostokat przedstawia pastwisko. Kazdy z dwunastu wezlow regularnej kratownicy 2x3 przedstawia slupek. Prostokat musi byc podzielony na trojkaty, w ktorych kazdy, widziany z gory, przedstawia ogrodzenie dla jednej lamy. Kazdy z trzech wierzchoлков kazdego trojkata musi byc wezlem kratownicy. Dwa trojkaty nie powinny dac sie nigdy nalozyc na siebie nawet po odroczeniu z jednej strony na druga. Figura przedstawia przyklad podzialu pastwiska dla 4 lam. **Dla ilu lam, co najwyzej, podzial pastwiska jest mozliwy?**



7 – POLACZENIE (wspolczynnik 7)

Rozciac kratę wzdluz linii kratkowania na dwie czesci, z ktorych kazda, w jednym kawalku, zawiera 18 pol. Kazda liczba na zewnatrz kraty podaje najwieksza liczbe pol tej samej, jednej z dwuch czesci, polaczonych jedne z drugimi w odpowiednim wierszu lub w odpowiedniej kolumnie. Polaczenie miedzy dwoma polami dokonuje sie jedynie bokiem. Dwie kreski rozcięcia sa juz narysowane.



8 – SZCZESLIWY DZIEŃ (wspolczynnik 8)

W dniu 14-02-2013 swietowano dzien Swietego Walentego. Suma wszystkich cyfr tej daty (dzien, miesiac, kompletny rok) wynosi 13. **Wlaczajac 14 lutego, ile jest dni w roku 2013, od 1 stycznia do 31 grudnia, dla ktorych suma wszystkich cyfr jest rowna 13?**

KONIEC KATEGORII CM

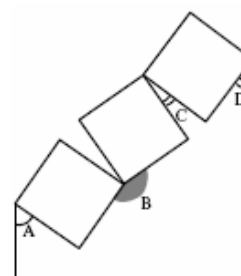
Zadania od 9 do 18: Uwaga! Aby zadanie bylo kompletnie rozwiazane nalezy podac liczbe jego rozwiazan i to rozwiazanie, jezeli jest jedyne, albo dwa rozwiazania, jezeli jest ich wiecej. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadan majacych kilka rozwiazan miejsce na wpisanie 2 rozwiazan (ale moze sie zdarzyc, ze jest tylko jedno rozwiazanie!).

9 - OKRAZANIE WYSPY (wspolczynnik 9)

Na swoim skuterze wodnym, Mortimer rusza w trasę dookola wyspy Maths-Île. Na swojej desce surfingowej, Jenna rusza w trasę z tego samego miejsca i w tym samym momencie. Jesli plynie ona w tym samym kierunku co Mortimer, wtedy bedzie przez niego wyprzedzona za 8 minut i 24 sekundy. Jesli plynie ona w przeciwnym do niego kierunku, wtedy minie sie z nim za 6 minut. **Ile minut Jenna poswieca na jedno okrazenie wyspy?** Zaklada sie, ze wszystkie trasy przebiegaja po tym samym okregu i ze dwie predkosci sa stale.

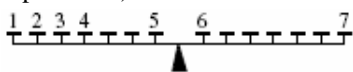
10 – WIESZADŁO (wspolcz. 10)

Figura przedstawia trzy kwadratowe plytki, ktore wlasnie pomalowal Luc. Aby je wysuszyc przyczepil je, powoli kazda, za dwa przeciwlegle rogi pomiedzy dwoma pionowymi slupkami. Miary katow A, B, C i D sa liczbami calkowitymi stopni. Aby napisac te cztery liczby trzeba uzyc jeden i tylko jeden raz kazdej z cyfr od 1 do 9. **Ile stopni, co najwyzej, ma kat B?**



11 – WAGA DLA LICZB (wspolcz. 11)

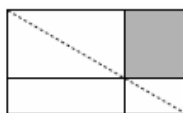
Robert Val używa dziewięciu odważników o masach, które waga, w hektogramach, każda liczba całkowita od 1 do 9. Umieszcza on je od lewej do prawej na szalkach wagi, poczynając od liczby 1, w naturalnej rosnącej kolejności. Środek wagi i siedem szalek z każdej strony środka wagi są rozstawione w regularnych odstępach. Jedna szalka może pomieścić co najwyżej jeden odważnik. Moment jednego odważnika jest równy iloczynowi jego wagi i jego odległości od środka wagi. Waga jest w równowadze, gdy suma momentów odważników umieszczonych po jednej stronie środka wagi jest taka sama jak suma momentów odważników umieszczonych po drugiej stronie środka wagi. Figura podaje przykład równowagi, którą Robert Val otrzymał z siedmioma pierwszymi odważnikami. Sprawdza się, że $1 \times 7 + 2 \times 6 + 3 \times 5 + 4 \times 4 + 5 \times 1 = 55 = 6 \times 1 + 7 \times 7$. **Robert Val rozpoczyna ponownie i udaje mu się zrownoważyc te same wagi z dziewięcioma odważnikami, umieszczając zawsze te odważniki o całkowitoliczbowych wagach w naturalnej rosnącej kolejności i od lewej do prawej. Napiszcie dziewięć liczb powyżej ich odpowiednich szalek.**



KONIEC KATEGORII C1

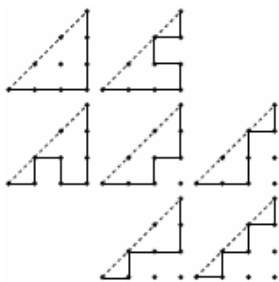
12 – FLAGA (wspolczynniki 12)

Figura przedstawia flagę Maths-Pays. Duży prostokąt składa się z czterech prostokątów, które mają wspólny wierzchołek położony na przekątnej opadającej z lewa na prawo, na zewnątrz dwóch jej końców i jej środka. Pole każdego z czterech prostokątów jest liczbą całkowitą dm^2 . Pole dużego prostokąta jest równe 240 dm^2 . **Jakie jest, w dm^2 , pole szarego prostokąta?** Figura nie uwzględnia stosunku długości do szerokości dużego prostokąta ani położenia wspólnego, dla czterech prostokątów, wierzchołka.



13 – DROGI (wspolcz. 13)

Przemierzamy się po regularnej kratownicy z jednego do drugiego końca przekątnej idąc od lewego dolnego do prawego górnego węzła i pozostając pod tą przekątną a także nigdy jej nie przekraczając. Nie można nigdy przechodzić dwa razy przez ten sam węzeł kratowania. Figura przedstawia 7 możliwych dróg na kratownicy 3×3 . **Ile jest dróg na kratownicy 4×4 ?**



14 – TRZY RAZY „+1” ROWNE „×2” (wspolcz. 14)

Cegła murarza Blaise'a jest prostą kostką (prostopańdoscianem). Długości jej krawędzi wyrażają się liczbami całkowitymi centymetrów. Jej objętość, w cm^3 , nie jest podzielna przez 12. Gdyby powiększyć każdą jej krawędź o 1 cm, wtedy objętość zwiększyłaby się dwukrotnie. **Jaka jest, w cm^3 , objętość cegły murarza Blaise'a?** Uwaga: dwie krawędzie mogą mieć tę samą długość.

KONIEC KATEGORII C2

15 – AUTOREFERENCJA (wspolczynniki 15)

Lista dziewięciu twierdzeń odnosi się do liczby całkowitej. Niektóre z nich są prawdziwe, inne fałszywe.

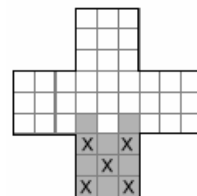
- 1 : iloczyn cyfr liczby jest liczbą nieparzystą.
- 2 : każda z cyfr liczby jest mniejsza od następnej cyfry (jeśli istnieje).
- 3 : żadna cyfra liczby nie jest równa innej.
- 4 : żadna cyfra liczby nie jest większa od 4.
- 5 : liczba ma mniej niż sześć cyfr.
- 6 : iloczyn cyfr liczby nie jest podzielny przez 6.
- 7 : liczba jest parzysta.
- 8 : różnica między dwiema cyframi liczby nigdy nie jest równa 1.
- 9 : co najmniej jedna z cyfr liczby jest równa sumie dwóch innych cyfr liczby (cyfra może być liczona dwa razy tylko wtedy jeśli pojawi się dwa razy w liczbie).

Jeśli twierdzenie jest prawdziwe, wtedy jego numer pojawia się jako cyfra liczby; jeśli nie, to numer ten się w niej nie pojawia. Cyfra 0 nie powinna być użyta.

Jaka to liczba?

16 – KRZYŻ APTECZNY (wspolcz. 16)

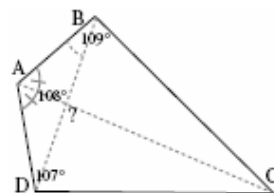
Figura przedstawia sztyl apteczny. Każde z 45 pól krzyża przedstawia lampę. Lampa ma dwa stany: może być ona albo zgaszona albo zapalona. Jedna lampa, która się wybiera i wszystkie lampy przyległe do niej jednym bokiem, po upływie każdej sekundy, zmieniają równocześnie stan. Na przykład, po upływie pięciu sekund, jeśli pola oznaczone krzyżykiem na figurze wskazują lampy, które wybrano, wtedy 11 szarych lamp zmieniło stan jeden lub trzy razy. **Jeśli wszystkie lampy są zgaszone, wtedy po ilu, co najmniej, sekundach wszystkie lampy będą zapalone?** Jeśli uważacie, że to jest niemożliwe, odpowiedzcie « ∞ ».



KONIEC KATEGORII L1, GP

17 – LATAWIEC (wspolcz. 17)

Czworokąt ABCD przedstawia latawiec. Miary kątów CDA, DAB i ABC mają odpowiednio 107, 108 i 109 stopni. Kąty DAC i CAB są równe. **Jaka jest, w stopniach, miara kąta ABD, zaokrąglona, w razie potrzeby, do najbliższej jednej dziesiątej stopnia?** Uwaga: Figura nie oddaje wielkości kątów.



18 – BOSKI PODZIAŁ (wspolcz. 18)

Bogini Tania podzieliła wszystkie liczby całkowite dodatnie, bez wyjątku, między polbogów Alan'a i Brad'a. Dała ona im liczby, począwszy od 1, w naturalnej kolejności. Dla każdego N równego co najmniej 1, jeśli N-ta liczba otrzymana przez Alan'a jest P i jeśli P-ta liczba otrzymana przez Alan'a jest Q, wtedy N-ta liczba otrzymana przez Brad'a musi być Q+1. Alan otrzymał liczby 1,3,4,6,8,9,11,12,14,16,17,19,21,22,24,25... podczas gdy Brad otrzymał liczby 2,5,7,10,13,15,18,20,23,26... **Jaka była 2013-ta liczba otrzymana przez Alan'a?** W razie potrzeby przyjąć $\sqrt{5}$ lub 2,718 dla e.

KONIEC KATEGORII L2, HC