

**XXVI Międzynarodowe Mistrzostwa  
w Grach Matematycznych i Logicznych**

**X Mistrzostwa Polski w GMiL  
2011/2012**

**Półfinał krajowy 17 marca 2012**

- CE** : zadania o numerach od **1** do **5**; czas - **60** minut  
**CM** : zadania o numerach od **1** do **8**; czas - **90** minut  
**C1** : zadania o numerach od **1** do **11**; czas - **120** minut  
**C2** : zadania o numerach od **1** do **14**; czas - **180** minut  
**L1** i **GP**: zadania o numerach od **1** do **16**; czas - **180** min.  
**L2** i **HC**: zadania o numerach od **1** do **18**; czas - **180** min.

**ZADANIA**

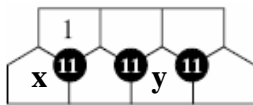
**POCZĄTEK WSZYSTKICH KATEGORII**

**1 – Lusterko.** Matylda otrzymała nowy rower z okazałym lusterkiem wstecznym. Podczas jazdy próbnej widzi nadjeżdżający z przeciwka samochód sportowy. Gdy już minęli się, Matylda, nie odwracając się odczytuje z tablicy rejestracyjnej samochodu następującą liczbę w swoim lusterku wstecznym:

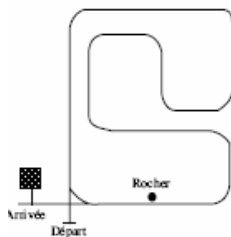


**Jaki numer rejestracyjny znajduje się na tablicy rejestracyjnej tego samochodu?**

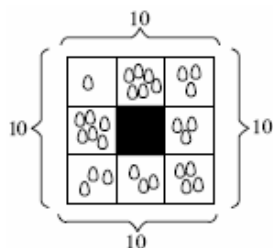
**2 – Cegły.** Chcemy wryć wszystkie liczby od 1 do 7 na siedmiu ceglach (patrz rysunek), po jednej na każdej cegle, (liczba 1 jest już wryta) i w taki sposób, aby trzy cegły otaczające każde czarne kółko zawierały liczby, których suma zawsze wynosi 11. Umieścić pozostałe liczby od 2 do 7. W formularzu odpowiedzi podać tylko sumę liczb  $x+y$ .



**3 – Tor.** Podczas jazdy na torze samochodowym Mathville, kierowca Bastien Mob wyjechał z miejsca startu (Départ) i wykonał pewną liczbę okrążeń zanim opuścił tor w miejscu przybycia (Arrivée). W trakcie tej jazdy Bastien skręcił 111 razy swoją kierownicę na prawo. **Ile razy przejechał on koło skały (Rocher)?** Uwaga: Pomiędzy dwoma wirażami (zakrętami) Bastien wyprostowuje koła samochodu przed nowym skrętem swojej kierownicy, lecz związanego z tym ruchu kierownicy nie zaliczamy do żadnego skrętu.



**4 – Kurnik.** Eustachy ma kury, które każdego ranka znoszą jajka w ośmiu przegródkach kurnika. „Sprytnie” kury Eustachego znoszą zawsze 10 jajek na każdym boku kurnika. W przykładzie przedstawionym na rysunku kury zniosły łącznie 29 jajek. **Jaką minimalną liczbę jajek muszą one znieść, aby każda z ośmiu przegródek kurnika zawierała co**



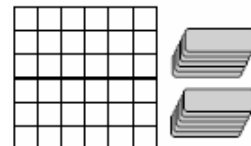
**najmniej jedno jajko i żeby każdy bok kurnika zawierał dokładnie 10 jajek?**

**5 – Telefony.** Paweł i Gaweł prowadzą sklep z telefonami. W czwartek 29 grudnia 2011 rano Paweł przegląda rachunki. Sprzedali oni 13 telefonów w ostatnią środę i jeden w ten czwartek. Nazajutrz, w piątek przed południem Gaweł przegląda rachunki. Sprzedali oni ostatecznie 15 telefonów w ostatni czwartek i 4 w ten piątek. Suma sprzedanych w grudniu telefonów była wtedy równa 218. **Ile telefonów sprzedano w grudniu do chwili, gdy Paweł przeglądał rachunki?**

**KONIEC KATEGORII CE**

**6 – Liczba.** Mathias pomyślał sobie pewną liczbę, mnoży ją przez 3, następnie dodaje do otrzymanego wyniku 792, dzieli z kolei ten ostatni wynik przez 144 i otrzymuje dokładny wynik, który jest liczbą całkowitą (nie ma reszty). Następnie Mathias odejmuje 2 od ostatniego wyniku i w końcu mnoży ostatnią otrzymaną liczbę przez 100 000 i otrzymuje dokładnie jeden milion. **Jaką liczbę pomyślał sobie na początku Mathias?**

**7 – Trimino.** Marek układa kości trimina na planszy do gry w warcaby 6x6. Każda kość trimina pokrywa dokładnie trzy puste pola w rzędzie lub w kolumnie planszy (poziomo lub pionowo). W pewnym momencie zatrzymuje się ponieważ nie może więcej kłaść kości trimina. Pozostaje jednak wiele pustych pól. **Ile pozostaje, co najwyżej, pustych pól?**



**8 – Kalkulator.** Marcin odnalazł stary kalkulator, którego używał jego ojciec w gimnazjum. Na tym kalkulatorze są tylko cztery klawisze, które działają: klawisz „3”, klawisz „5”, klawisz „+” i klawisz „=” . Kiedy włącza kalkulator, wyświetla się „0”. **Ile razy Marcin musi naciskać na klawisze, co najmniej, zanim kalkulator wyświetli „2012”?** Uwaga: Naciska się tylko jeden raz na klawisz „=” tuż przed wyświetleniem końcowego wyniku.

**KONIEC KATEGORII CM**

*Uwaga do zadań 9 i 11. Aby zadanie było kompletnie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i to rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej. W formularzu odpowiedzi przewidziano dla tych zadań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).*

**9 - Autoreferencja.** Zastąpić, w przedstawionej ramce,

1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – 10 – 11 – 12

W tej ramce znajduje się **X** liczb, a wśród nich **Y** to liczba wielokrotności 5.

**X** oraz **Y** liczbami całkowitymi dodatnimi napisanymi za pomocą cyfr i w taki sposób, aby zdanie występujące w tej ramce, łącznie z liczbami zastępującymi **X** oraz **Y**, było prawdziwe. W formularzu odpowiedzi, daną parę liczb **X**, **Y** napisać w formie (X,Y).

**10 - Zgadywanka.** Każdy symbol przedstawia zawsze taką samą cyfrę. Każda liczba po prawej stronie wiersza (rzędu) wskazuje sumę trzech cyfr, które występują w tym wierszu. Każda liczba na dole kolumny wskazuje sumę trzech cyfr, które występują w tej kolumnie. **Odnaleźć sumę cyfr w trzecim wierszu.**

□	□	▽	19
□	▽	○	15
○	○	▽	?
?	15	10	

**11 – Magiczne „E”.** Uzupełnić pola tego „E” za pomocą liczb od 1 do 10, używając każdej z nich i to jeden raz oraz wpisując po jednej liczbie w pole (liczba 5 jest już umieszczona). Ponadto, należy tak je wpisać, aby:

		a
b		
	5	

- liczby: suma liczb zawartych w każdym z dwóch rzędów o 3 polach, suma liczb w rzędzie o 2 polach oraz suma liczb w kolumnie o 5 polach były zawsze takie same,
- liczby napisane w dwóch lub trzech polach każdego rzędu były zawsze ustawione w kolejności rosnącej, od lewej do prawej.

W formularzu odpowiedzi podać iloczyn liczb  $a \times b$ .

### KONIEC KATEGORII C1

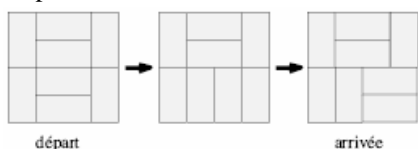
**12 – Kreski.** Karol, do napisania kolejnej liczby, używa trzech symboli, które zawierają 1 kreskę, 2 kreski lub 3 kreski (patrz rysunek) i robi to w następujący sposób:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Po jego 312 kreskach (pisząc tak liczby 1,2,3,4,...) pióro przestało pisać. **Jaka jest ostatnia liczba naturalna, którą Karol napisał w całości?**

**13 – Suma cyfr.** Suma cyfr liczby naturalnej N równa się 1012, a suma cyfr innej liczby naturalnej P wynosi 2012. **Jaka jest, co najmniej, suma cyfr liczby będącej sumą liczb N + P?**

**14 – Domino.** W tym tourne-dominos gra się ośmioma jednakowymi kośćmi domina  $1 \times 2$ . Te kości domina muszą pokryć („wybrukować”), bez zachodzenia na siebie i bez luk, regularnie pokratkowaną planszę  $4 \times 4$ . Można to zrobić na wiele sposobów.



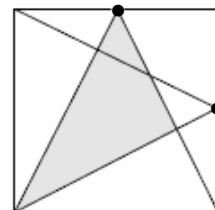
Gra rozpoczyna się od losowego wybrania „brukowania” wyjściowego (départ) i „brukowania” końcowego (arrivée). (na rysunku przedstawiono przykłady takich „brukowań”). Następnie, należy przejść od „brukowania” wyjściowego do „brukowania” końcowego, grając najmniejszą liczbę ruchów. W każdym ruchu należy:

- wybrać dwie kości domina, które stykają się dużym bokiem na całej jego długości (jest to zawsze możliwe),
- obracać je o  $90^\circ$ .

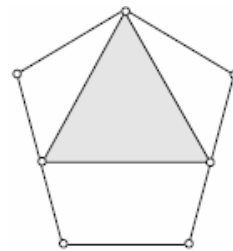
Na rysunku jest przedstawiony przypadek, gdy 2 jest najmniejszą liczbą ruchów. **Jaka może być ta liczba, co najwyżej?**

### KONIEC KATEGORII C2

**15 – Powierzchnia.** Czarne punkty figury są umieszczone w środku dwóch kolejnych boków kwadratu. Długości boków szarego trójkąta są całkowitymi liczbami centymetrów. **Jaka jest, co najmniej, powierzchnia kwadratu, w centymetrach kwadratowych?**



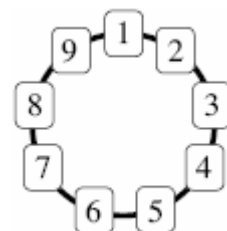
**16 – Hełm.** Figura, symetryczna ze względu na oś pionową, przedstawia hełm rycerza. Pięć wierzchołków dużego pięciokąta jest umieszczonych na tym samym okręgu o promieniu 25 cm. Trzy mniejsze boki pięciokąta mają długość równą promieniowi tego okręgu, tj. 25 cm. W środku dwóch większych boków tego pięciokąta są usytuowane dolne wierzchołki szarego trójkąta, który przedstawia przyłbicę hełmu. Górne wierzchołki szarego trójkąta i dużego pięciokąta pokrywają się. **Jaka jest powierzchnia przyłbicy hełmu, wyrażona w  $cm^2$  i zaokrąglona do najbliższego  $cm^2$ ?** W razie potrzeby przyjąć: 1,414 dla  $\sqrt{2}$ , 1,732 dla  $\sqrt{3}$  i 2,236 dla  $\sqrt{5}$ .



### KONIEC KATEGORII L1, GP

**17 – Ciąg.** Tworzymy nieskończony ciąg cyfr wypisując losowo cyfry spośród cyfr: 0, 1 lub 2. Następnie odczytujemy ten ciąg w kolejności wypisywania jego wyrazów. **Jakie jest prawdopodobieństwo, że odczytujemy (przecinki nie są wymawiane) „2, 0, 1, 2” nie odczytawszy przedtem „0, 1, 2”?** Podać odpowiedź w postaci ułamka nieskracalnego. W formularzu odpowiedzi ułamek ten przedstawić w formie  $a/b$ , gdzie a oznacza licznik, b – mianownik ułamka.

**18 – Gra.** W grę Józefa gra się obchodząc, zawsze w kierunku ruchu wskazówek zegara, na kole, gdzie umieszczono najpierw karty ponumerowane od 1 do N. Rysunek przedstawia tę grę dla N wynoszącego 9. Zaczyna się od karty numer 1, którą się eliminuje.



Następnie, w każdym ruchu eliminuje się co trzecią napotkaną kartę. W ten sposób eliminuje się, w przykładzie gry podanej na rysunku, karty o numerach 1, 4, 7, 2, 6, 3, 9, 5 i na końcu gry pozostaje karta numer 8. **Jeżeli N wynosi 2012, jaki ma numer karta wyeliminowana tuż po karcie noszącej numer 2012?** Odpowiedzcie 0 jeśli uważacie, że karta o numerze 2012 jest kartą pozostającą w końcu gry.

### KONIEC KATEGORII L2, HC

**POWODZENIA !**