

**XXV Międzynarodowe Mistrzostwa
w Grach Matematycznych i Logicznych**

**IX Mistrzostwa Polski w GMiL
2010/2011**

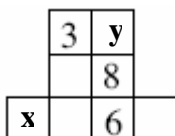
Półfinał krajowy 19 marca 2011

- CE** : zadania o numerach od **1** do **5**; czas - **60** minut
CM : zadania o numerach od **1** do **8**; czas - **90** minut
C1 : zadania o numerach od **1** do **11**; czas - **120** minut
C2 : zadania o numerach od **1** do **14**; czas - **180** minut
L1 i GP: zadania o numerach od **1** do **16**; czas - **180** min.
L2 i HC: zadania o numerach od **1** do **18**; czas - **180** min.

ZADANIA

POCZĄTEK WSZYSTKICH KATEGORII

1 – Od 1 do 8. Umieścić liczby od 1 do 8 w kracie (po jednej liczbie w polu). Dwie liczby następujące po sobie nie mogą być umieszczone w dwóch polach stykających się bokiem lub rogiem. Liczby 3, 6 i 8 zostały już wpisane. **Jaka jest suma $x + y$, gdy w kracie tej znajdują się wszystkie liczby ?**



2 – Wieża Ani. W każdym ruchu Ania może przemieścić jeden sześcian na sąsiedni cokół (na prawo lub na lewo). Sześcian 2 nigdy nie może być ustawiony na sześcianie 1. **Ile ruchów musi wykonać Ania, co najmniej, aby zrekonstruować wieżę na cokole C?** Uwaga: słowo francuskie „socle” oznacza cokół.



3 – Rachunek minimum. Jaki, możliwie najmniejszy, wynik uzyskamy w tym $(\square\square - \square) \times \square =$ w kratkach cyfry 1, 2, 3 i 4, każdą jeden raz.

4 – Liczba pięciocyfrowa. Jaś ponumerował 8 kartoników wszystkimi cyframi od 1 do 9, ale bez cyfry 5 (po jednej cyfrze na kartoniku). Następnie ustawiając kartoniki tworzył z nich wszystkie możliwe całkowite liczby pięciocyfrowe takie, że w każdej z nich suma pięciu cyfr jest równa 20. Zapisywał otrzymane liczby i ustawił je w ciąg od największej do najmniejszej. **Jaka liczba w tym ciągu sąsiaduje bezpośrednio z liczbą największą?**

5 – Piekarz. Piekarz liczy pieniądze w swojej kasie. Ma w niej 870 zł w banknotach 10, 20 i 50 złotych. Liczby banknotów każdego rodzaju, nie koniecznie w tej kolejności, są trzema kolejnymi liczbami. **Jaką liczbę banknotów pięćdziesięciozłotych ma piekarz?**

KONIEC KATEGORII CE

6 – Trzech sąsiadów. W pewnej kamienicy mieszka trzech ciekawych osobników. Pierwszy jest skąpy i pali u siebie światło tylko między godziną 20⁰⁰ i 21⁰⁰. Drugi cierpi na bezsenność i pali światło tylko między 23⁰⁰ i piątą rano. Co się tyczy trzeciego, który jest ciekawski, światło w jego mieszkaniu jest zapalone tylko wtedy, gdy jeden z jego dwóch sąsiadów zapalił lub zgasił u siebie światło mniej niż jedną godzinę przedtem. **Ile godzin w ciągu doby (doba ma 24 godziny) wszystkie światła w tej kamienicy są wygaszone?**

7 – Cztery liczby. Jacek i Wacek wybrali, każdy, po dwa żetony spośród dziewięciu żetonów ponumerowanych liczbami 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9. Iloczyn dwóch liczb wybranych przez Wacka jest równy sumie dwóch liczb wybranych przez Jacka, a iloczyn dwóch liczb wybranych przez Jacka jest równy sumie dwóch liczb wybranych przez Wacka. Jacek, ze swoich dwóch wybranych liczb, utworzył dwie liczby dwucyfrowe (w wyniku przestawienia żetonów), a następnie od większej z nich odjął mniejszą. **Jaką różnicę uzyskał, jeśli wiadomo, że na początku tej zabawy wybrał on największą z czterech liczb?**

8 – Pięć skreśleń. Tomek skreślił pięć liczb z pół tej kraty w taki sposób, aby sumy liczb, które pozostaną we wszystkich wierszach i we wszystkich kolumnach były takie same. **Jaka jest wtedy suma skreślonych pięciu liczb?**

25	16	23	5	10
21	12	14	7	2
6	11	1	20	17
8	15	13	24	18
19	3	4	22	9

KONIEC KATEGORII CM

Uwaga do zadań od 9 do 18. Aby zadanie było kompletnie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i to rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).

9 – Cztery przyjaciółki. Ania, Beata, Celina i Dominika spotykają się u jednej z nich i – w pewnym momencie – mówią:
 Ania: „Nie jestem tutaj ani najmłodsza ani najstarsza”,
 Beata: „Jestem najstarsza z naszej czwórki”,
 Celina: „Ja nie jestem najmłodsza”,
 Dominika: „A ja jestem tutaj najmłodsza”.
 Jedna i tylko jedna z nich skłamała. **Ustalić kolejność czterech przyjaciółek, od najmłodszej do najstarszej.** W formularz wpisać odpowiedź w postaci wyrazu czteroliterowego (z pierwszych liter imion przyjaciółek, pisząc je od lewej do prawej, od najmłodszej do najstarszej).

10 - Historia rodzinna. Ojciec Marty ma 58 lat. Mateusz, jej brat ma 27 lat, a ich mama ma o 22 lata więcej niż Marta. Gdy ojciec będzie miał podwójny wiek brata Marty, to mama i Marta będą miały razem 100 lat. **Ile lat ma dziś Marta?**

11 – Liczba dwucyfrowa. Marek znalazł dwucyfrową liczbę całkowitą dodatnią, która jest równa sumie: sześciemu cyfry dziesiątek i kwadratowi cyfry jedności. **Jaka to liczba?**

KONIEC KATEGORII C1

12 – Tancerze. Na zabawie tanecznej bawiły się ogółem 42 osoby (chłopcy i dziewczynki). Tańczono parami (chłopiec z dziewczynką). Dziewczynki były oznaczone różnymi literami alfabetu, od A, poprzez B, aż do Z (nie koniecznie wszystkimi z alfabetu). W trakcie całej zabawy dziewczynka A tańczyła z 7 chłopcami, dziewczynka B z 8 chłopcami i każda kolejna dziewczynka tańczyła z o jeden większą liczbą chłopców niż poprzednia. Ostatnia z nich Z tańczyła ze wszystkimi chłopcami. **Ilu było chłopców na tej zabawie?**

13 – Pięć działań. Oblicza się sumę dwóch wyjściowych liczb całkowitych dodatnich, ich iloczyn, ich dodatnią różnicę (od wyjściowej liczby większej odejmujemy mniejszą) oraz potęgę pierwszej z nich z wykładnikiem, którym jest druga liczba. Dodając te cztery wyniki otrzymuje się 88. **Jaki jest wynik dzielenia większej z wyjściowych liczb przez mniejszą?**

14 – Jeden rower dla dwojga przyjaciół. Artur i Agata muszą dostać się z miasta Mathville do Geomcity, które są oddalone o 40 km. Dysponują jednym rowerem, ale nie mogą wsiąść na niego we dwoje. Artur idzie pieszo z prędkością 4 km/godz, a rowerem jedzie z prędkością 30 km/godz. Agata zaś idzie z prędkością 6 km/godz, a rowerem jedzie z prędkością 20 km/godz. Jeżeli obydwójce wyruszą o tej samej godzinie z Mathville, to **po ilu minutach będą oni najwcześniej w Geomcity?** Uwaga: rower ma zamknięcie chroniące przed kradzieżą, do którego każde z nich ma klucz, a poza tym zaniedbujemy czas przeznaczony na zamykanie i otwieranie zamknięcia oraz wsiadanie na rower i zsiadanie z niego.

KONIEC KATEGORII C2

15 – Kryształowa kula. Pani Irma jest wróżką i właśnie otrzymała nowe, kryształowe kule. Są one umieszczone w pudełku w kształcie walca o średnicy 20 cm. Na dnie pudełka leżą cztery jednakowe kule, których środki tworzą możliwie najmniejszy kwadrat; kule są styczne do powierzchni bocznych pudełka i styczne do wieczka pudełka, gdy jest ono zamknięte. Pudełko zawiera piątą, mniejszą kryształową kulę, postawioną na czterech innych i styczną do wieczka pudełka, gdy jest ono zamknięte. **Jaka jest średnica najmniejszej z pięciu kul Pani Irmy?** W razie potrzeby przyjąć 1,414 dla $\sqrt{2}$. Podać wynik w centymetrach zaokrąglając do najbliższej setnej centymetra.

16 – Sześcian w kwadracie. Aby zrobić kostkę, Grzegorz wyciął siatkę sześcianu (utworzoną z sześciu małych kwadratów) z dużego kwadratu o boku 120 cm. **Jaka jest, co najwyżej, długość krawędzi sześcianu Grzegorza?** Uwaga: siatka jest w jednym kawałku. W razie potrzeby przyjąć 1,414 dla $\sqrt{2}$. Wynik zaokrąglić do najbliższego centymetra.

KONIEC KATEGORII L1, GP

17 – Stół Pinokia. Nos Pinokia mierzy 40 cm, nos jego żony 30 cm, a ich syna 20 cm. Pinokio chce ustawić w jadalni okrągły stół dostatecznie duży, aby wszyscy troje mogli usiąść wokół niego i obracać swobodnie głową bez ryzyka uderzenia się nosami. Zakłada się, że rzut prostopadły nasady każdego nosa znajduje się na krawędzi stołu lub poza stołem. **Jaki powinien być, co najmniej, promień stołu?** Wynik podać w centymetrach i zaokrąglić do najbliższej jednej dziesiątej. W razie potrzeby przyjąć: $\sqrt{2}=1,414$, $\sqrt{3}=1,732$, $\sqrt{5}=2,236$, $\sqrt{6}=2,449$.

18 – Gra roku. Gracie na wstędze z polami ponumerowanymi 0, 1, 2, 3, Liczba pól jest nieograniczona. Dysponujecie nieograniczoną liczbą żetonów. Każde pole może zawierać nieograniczoną liczbę żetonów. Na starcie jest tylko jeden żeton na wstędze, umieszczony na polu o numerze 1.

Są możliwe dwa rodzaje ruchów:

- albo zdejmujecie ze wstęgi jeden żeton z wybranego pola (nie położony jednak na polu numer 0), a na dwa pola, które są do niego przyległe, kładziecie po jednym żetonie (jeden żeton znika ze wstęgi, dwa żetony pojawiają się),
- albo wybieracie pole, do którego (obustronnie) przylegają pola, na których znajduje się (na każdym z nich) co najmniej jeden żeton i wtedy zdejmujecie po jednym żetonie z pól przyległych i kładziecie jeden żeton na wybrane pole (dwa żetony znikają ze wstęgi, jeden żeton pojawia się).

Wygrywacie, gdy na wstędze jest tylko jeden żeton i to na polu o numerze 2011. **W ilu ruchach, co najmniej, możecie wygrać?** Odpowiedź 0 jeśli uważacie, że jest to niemożliwe.

KONIEC KATEGORII L2, HC

POWODZENIA !