XXV Międzynarodowe Mistrzostwa w Grach Matematycznych i Logicznych
IX Mistrzostwa Polski w GMiL

Finał krajowy – I dzień 21 maja 2011

CE : zadania o numerach od **1** do **5**; czas - **60** minut
CM : zadania o numerach od **1** do **8**; czas - **90** minut
C1 : zadania o numerach od **1** do **11**; czas - **120** minut
C2 : zadania o numerach od **1** do **14**; czas - **180** minut
L1 i **GP**: zadania o numerach od **1** do **16**; czas - **180** min.
L2 i **HC**: zadania o numerach od **1** do **18**; czas - **180** min.

WAŻNE !!! Wyniki należy wpisać w odpowiedniej ramce karty odpowiedzi.

Kartę wypełniać czytelnie, bez skreśleń i poprawek.

ZADANIA

POCZĄTEK WSZYSTKICH KATEGORII

1 – Kod pocztowy. Znaleźć pięciocyfrowy kod pocztowy miasta X wiedząc, że:

- suma pierwszej i drugiej cyfry wynosi 17,
- suma drugiej i trzeciej cyfry wynosi 15,
- suma dwóch ostatnich cyfr wynosi 9,

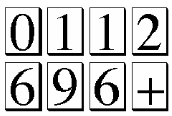
i wreszcie

- suma pierwszej i ostatniej cyfry wynosi 8.

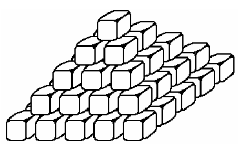
W karcie odpowiedzi, pomiędzy drugą i trzecią cyfrą napisano kreseczkę.

2 – Kredki. W szufladzie jest 7 kredek czerwonych, 5 niebieskich i 13 zielonych. **Ile kredek muszę wyciągnąć, nie sprawdzając jakie wyciągam, żeby mieć pewność, że wśród wyciągniętych kredek jest co najmniej jedna kredka każdego z trzech kolorów?**

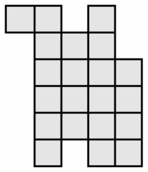
3 – Osiem żetonów. Używając ośmiu żetonów przedstawionych obok utworzyć dodawanie, którego wynik wynosi 2011. Uwaga: żeton oznaczony „6" może stać się „9" po jego odwróceniu i na odwrót. Należy użyć wszystkich żetonów i żadna liczba nie może zaczynać się od zera. Jeśli można zrealizować zadanie na kilka sposobów, to podać tylko jeden z nich.



4 – Piramida Theopsa. Theops ma do dyspozycji 111 jednakowych sześcianów. Z tych sześcianów buduje piramidę według modelu na rysunku obok, gdzie począwszy od drugiego poziomu, każdy sześcian jest ustawiony dokładnie na czterech innych sześcianach. Theops zrealizował możliwie największą liczbę pięter za pomocą sześcianów, którymi dysponuje. **Ile pozostanie mu nieużytych sześcianów?**



5 – Rozcinanie. Rozciąć tę figurę na trzy części tego samego kształtu i o tej samej powierzchni. Uwaga: przy nakładaniu jednej części na drugą, być może, trzeba obrócić jedną z nich.



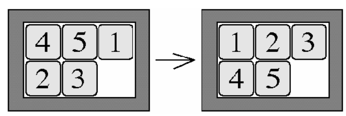
KONIEC kategorii CE

6 – Kalkulator Mateusza. Mateusz ma kalkulator, w którym jest dziwny przycisk oznaczony Ξ . Gdy naciska ten przycisk kalkulator wyświetla największą liczbę całkowitą nie przekraczającą połowy liczby wyświetlanej poprzednio. W ten sposób, jeśli kalkulator wyświetlał 1000, to po naciśnięciu przez Mateusza przycisku Ξ wyświetli 500. Jeśli kalkulator wyświetlał 313, to wyświetli 156. Kalkulator wyświetla pewną liczbę całkowitą dodatnią X. Mateusz naciska 11 razy na przycisk Ξ i wyświetla mu się wtedy, pierwszy raz, liczba 0. Jego koleżanka Matylda startuje od innej, mniejszej liczby całkowitej dodatniej Y; również naciska 11 razy na Ξ i również, pierwszy raz, wyświetla jej się liczba 0. **Jaka jest, co najwyżej, różnica między liczbami X i Y ?**

7 – Dwie liczby. Tomek wybrał, w myśli, dwa kartoniki spośród pięciu kartoników przedstawionych obok. Szepnął Kasi do ucha: „Suma dwóch liczb, które wybrałem, jest … ", a następnie do ucha Marka: „Różnica między liczbami, które wybrałem (większa minus mniejsza), jest … ". Następnie Tomek pyta: „Czy potraficie mi powiedzieć, jakie są dwie liczby, które wybrałem?"

- Ja nie mogę, mówi Marek.
- Ja też nie mogłam odpowiedzieć przed odpowiedzią Marka, mówi Kasia, ale teraz, wiedząc, że Marek zna różnicę i że nie może odpowiedzieć, już wiem… **Jakie są dwie liczby wybrane przez Tomka?** W karcie odpowiedzi podać te dwie liczby w kolejności rosnącej, od lewej do prawej.

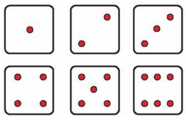
8 – Gra. W tej grze można przesunąć kwadracik położony obok pustej kratki na tę pustą kratkę. Na przykład, w sytuacji przedstawionej na rysunku po lewej stronie, można, do wyboru, przesunąć 3 albo 1 na pustą kratkę. Każde przesunięcie kwadracika liczy się jako jeden ruch. **W ilu ruchach, co najmniej, można przejść od sytuacji przedstawionej po lewej stronie do sytuacji przedstawionej po stronie prawej?** Odpowiedzieć 0 jeśli uważacie, że jest to niemożliwe.



KONIEC KATEGORII CM

Uwaga do zadań od 9 do 18. ***Aby zadanie bylo kompletnie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i to rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może sie zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).***

9 – Kości Dominika. Dominik ma do dyspozycji dużą liczbę sześcianów i kwadratów z papieru o tych samych wymiarach. Na kwadratach rozmieszczono od 1 do 6 punktów (zobacz dokładne rozmieszczenie tych punktów na rysunku). Przyklejając te kwadraty do ścian sześcianów (jeden kwadrat pokrywa dokładnie jedną ścianą) sporządza kości do gry, na ścianach których znajdują się punkty od 1 do 6 rozmieszczone w taki sposób, że sumy punktów na przeciwległych ścianach są zawsze równe 7. **Ile różnych kości, maksymalnie, może sporządzić Dominik?** Dwie kości uważamy za różne, gdy zdjęcie (fotografia) ścian tych kości noszących te same liczby punktów i widzianych pod tym samym kątem, pozwala je rozróżnić.



10 - Od 1 do ilu?. Małgosia oblicza sumę liczb całkowitych dodatnich począwszy od 1: 1+2+3+4+5+6+ … Gdy przerywa swoje obliczanie stwierdza, że otrzymana suma jest liczbą trzycyfrową o jednakowych cyfrach. **Ile liczb dodała Małgosia?**

11 – Droga roku. Pięć miast Ha, Be, Ce, De i Eu jest usytuowanych na kolistej drodze. Można udać się z jednego miasta do drugiego, idąc po tej kolistej drodze, albo w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara albo w kierunku przeciwnym do kierunku ruchu wskazówek zegara. W ten sposób można przebyć liczby kilometrów, które okazały się dwudziestoma różnymi liczbami całkowitymi. Udając się z Ha do Be, w kierunku ruchu wskazówek zegara, przebywamy 20 km. Udając się z Ce do De przebywamy 11 km, jeśli idziemy w kierunku ruchu wskazówek zegara i jeden kilometr więcej, gdy pójdziemy w przeciwnym kierunku. **Jeżeli udajemy się z Eu do Ha w kierunku ruchu wskazówek zegara, to ile kilometrów przebędziemy?**

KONIEC KATEGORII C1

12 – AAA. Suma kwadratów trzech nieparzystych, dodatnich, kolejnych liczb jest liczbą czterocyfrową o jednakowych cyfrach. **Jaka jest najmniejsza z trzech liczb nieparzystych?**

13 – Trapez. Podstawy trapezu mają długości 1515 cm i 2011 cm. Suma dwóch kątów przyległych do dłuższej podstawy wynosi 90^0. **Jaka jest odległość między środkami dwóch podstaw?** Wynik zaokrąglić ewentualnie do najbliższego centymetra.

14 – Ale dwójek! Znaleźć dwie trzycyfrowe liczby całkowite dodatnie, **których iloczyn jest równy 222222**. W karcie odpowiedzi podać te dwie liczby w kolejności rosnącej, od lewej do prawej.

KONIEC KATEGORII C2

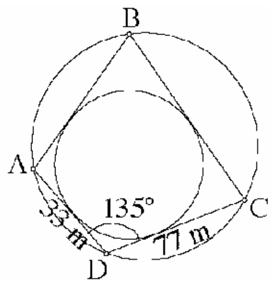
15 – Zgodne lata. Dwoma zgodnymi latami są dwa kolejne lata takie, że suma cyfr w zapisie pierwszego roku (niższego) dzieli liczbę wyrażającą drugi, wyższy rok. Np. lata 2011 i 2012 są zgodne, ponieważ liczba 2012 dzieli się przez 4 (liczba 4 jest sumą cyfr liczby 2011). Podobnie lata 2015 i 2016 są zgodne (2016 dzieli się przez 8). **Jakie są dwa następne, najbliższe zgodne lata?**

16 – Trójkąt. W trójkącie ABC środkowe wychodzące z B i C są do siebie prostopadłe. Jednostką jest centymetr. Wiadomo, że $AB^2 + AC^2 = 500$. **Obliczyć odległość BC.**

KONIEC KATEGORII L1, GP

17 – Wiek profesora. Dziś świętuje się rocznicę urodzin profesora nie będącego jeszcze stulatkiem. Profesor ma jednego syna i kilku wnuków. Anonsuje zaproszonym gościom: „Liczby lat mojego syna i moich wnuków, wśród których nie ma bliźniaków, są wszystkie, wyrazami ciągu Fibonacciego: 1,2,3,5,8,13,21,…(każdy wyraz jest sumą dwóch poprzednich). Ponadto mój wiek jest równy sumie lat mojego syna i moich wnuków". Kolega profesora, który zna wiek profesora, ale nie zna jego rodziny i tym samym liczby lat syna i wnuków, wtrąca: „W takim razie masz co najmniej czterech wnuków!" **Ile lat ma profesor?**

18 – Doskonała wyspa. Pan Doskonały ma wyspę doskonale okrągłą, na której są ustawione 4 bariery doskonale proste łączące cztery punkty znajdujące się na brzegu wyspy. Na tej wyspie znajduje się okrągły staw styczny do czterech barier. Na rysunku nie są zachowane proporcje, ale wymiary dwóch barier są podane (33 metry i 77 metrów) jak również kąt utworzony przez te bariery (135^0). **Jaka jest długość bariery AB?** W razie potrzeby przyjąć 1,414 dla $\sqrt{2}$, 1,732 dla $\sqrt{3}$ i 3,1416 dla π oraz podać wynik zaokrąglony do najbliższego metra.



KONIEC KATEGORII L2, HC

POWODZENIA !