

**XXIII Międzynarodowe Mistrzostwa
w Grach Matematycznych i Logicznych
VII Mistrzostwa Polski w GMiL**

Finał krajowy – II dzień 17 maja 2009

- CE** : zadania o numerach od **1** do **5**; czas - **60** minut
CM : zadania o numerach od **3** do **8**; czas - **90** minut
C1 : zadania o numerach od **5** do **11**; czas - **120** minut
C2 : zadania o numerach od **7** do **14**; czas - **180** minut
L1 i GP: zadania o numerach od **7** do **16**; czas - **180** min.
L2 i HC: zadania o numerach od **7** do **18**; czas - **180** min.

WAŻNE !!! Wyniki należy wpisać w odpowiedniej ramce karty odpowiedzi.

Kartę wypełniać czytelnie, bez skreśleń i poprawek.

ZADANIA

POCZĄTEK KATEGORII CE

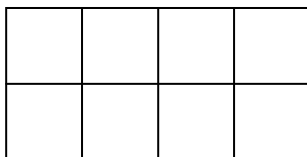
1 – Monety. Tomek ma w portmonetce 51 monet, wyłącznie dwudziestogroszówek i jednozłotówek, w sumie 35 zł. **Ile monet jednozłotowych znajduje się w portmonetce Tomka?**

2 – Ciasteczka Kasi. Kasia upiekła ciasteczka. Zjadła jedno ciasteczko, a połowę pozostałych dała Jarkowi. Potem znów zjadła jedno, a połowę pozostałych jej ciasteczek ofiarowała Darkowi. Zostało jej jeszcze 5 ciasteczek. **Ile ciasteczek upiekła Kasia?**

POCZĄTEK KATEGORII CM

3 – Ptaki. Na drzewie siedzą ptaki. Każdy ptak, z wyjątkiem dwóch, jest wróblem, Każdy ptak, z wyjątkiem dwóch, jest sikorką. Każdy ptak, z wyjątkiem dwóch, jest skowronkiem. **Ile ptaków siedzi na drzewie?**

4 – Domino. Prostokąt o wymiarach $4\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ podzielono liniami równoległymi do jego boków na 8 kwadratów o boku 1 cm. Należy pokryć ten prostokąt kostkami domina o wymiarach $1\text{ cm} \times 2\text{ cm}$. **Na ile sposobów można zrealizować takie pokrycie?**

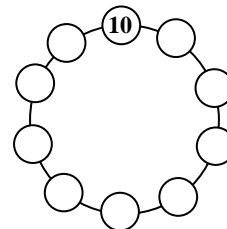


POCZĄTEK KATEGORII C1

5 – Urodziny Ani i Joli. Dzisiaj mamy 17 maja 2009. Ania i Jola obchodzą swoje urodziny. W tym dniu mają razem 30 lat, przy czym liczba lat Joli jest równa połowie liczby lat, którą będzie miała Ania, gdy Jola będzie miał obecny wiek Ani. **Które urodziny obchodzi dzisiaj Jola?**

KONIEC KATEGORII CE

6 – Małe różnice. Rozmieścić liczby od 1 do 9 na okręgu (po jednej w każdym małym okręgu) w taki sposób, aby różnica między dwiema sąsiednimi liczbami była zawsze równa 2 lub 3.



POCZĄTEK KATEGORII C2, L1, L2, GP, HC

7 – Cztery okręgi. Na jaką największą liczbę części mogą podzielić płaszczyznę 4 jednakowe okręgi?

8 – Ile książek? Ile książek mam w bibliotece wiedząc, że tylko jedno spośród tych dziesięciu zdań jest prawdziwe:

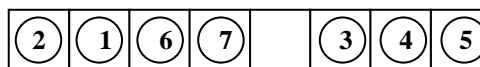
- Mam więcej niż 15 książek.
- Mam mniej niż 30 książek.
- Mam 40 książek.
- Mam więcej niż 35, ale mniej niż 50 książek.
- Liczba moich książek kończy się cyfrą 5.
- Liczba moich książek jest parzysta.
- Liczba moich książek kończy się cyfrą 1.
- Mam więcej niż 34 książki.
- Mam mniej niż 15 książek.
- Mam więcej niż 50 książek.

KONIEC KATEGORII CM

Uwaga do zadań od 9 do 18. Aby zadanie było kompletnie rozwiązane należy podać liczbę rozwiązań i to rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań, co nie znaczy, że nie może istnieć tylko jedno rozwiązanie.

9 – Liczba trzycyfrowa. Napisałem liczbę naturalną trzycyfrową nie kończącą się zerem. Skreśliłem jej pierwszą cyfrę (cyfrę setek). Następnie pomnożyłem pozostałą liczbę dwucyfrową przez 9. Niespodzianka: odnalazłem swoją liczbę wyjściową! **Jaka była ta liczba trzycyfrowa?**

10 – Przestawianie żetonów. Na polach papierowej taśmy Marek ułożył na chybił trafił siedem żetonów ponumerowanych cyframi od 1 do 7 zostawiając jedno puste pole (patrz rysunek).



Następnie postanowił poprzesztawiać żetony tak, aby były one ułożone w kolejności rosnącej (od pierwszego pola z lewej z ostatnim polem pustym) wykorzystując w tym celu puste pole na taśmie, na którym można ustawiać tylko jeden żeton. W pojedynczym ruchu Marek może przestawić żeton z pola na sąsiednie puste pole lub przeskoczyć przez jeden lub kilka żetonów wskazując na puste pole. **Ile, co najmniej, ruchów musi on wykonać?**

11 – Tabliczki Jasia. Jaś ma w woreczku dziewięć tabliczek ponumerowanych od 1 do 9. Wyciąga za jednym razem cztery tabliczki, wśród których jest tabliczka z numerem 8. Za pomocą tych czterech tabliczek, zamieniając cyfry, tworzy wszystkie możliwe liczby czterocyfrowe. Dodaje te liczby i otrzymuje liczbę 93324. **Jakie są, w kolejności rosnącej, numery wyciągniętych tabliczek?** (wypisać je od lewej do prawej)

KONIEC KATEGORII C1

12 – Gra w liczby pierwsze. Piotr i Natalia grają w następującą grę: Natalia zaczyna i wybiera liczbę pierwszą mniejszą lub równą 7 (liczba pierwsza jest to liczba całkowita większa od 1, która ma dokładnie dwa dzielniki, 1 i samą siebie). Następnie każdy z graczy, po kolei, wybiera liczbę całkowitą spośród liczb: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, którą dodaje do poprzedniej sumy (liczbę wybraną przez Natalię w pierwszym „ruchu” uważa się za pierwszą sumę). Otrzymana suma musi być zawsze liczbą pierwszą. Ten kto nie może otrzymać sumy będącej liczbą pierwszą przegrywa. Obydwoje grają możliwie najlepiej, by wygrać i nie popełniają błędów. Natalia ma strategię wygrywającą i potrafi wygrać w każdej partii. **Jaką liczbę pierwszą wybrała Natalia w pierwszym ruchu i ile wynosiła suma po ostatnim jej ruchu?**

13 – Turniej szachowy. W turnieju szachowym brali udział dwaj uczniowie kl. V i pewna liczba uczniów kl. VI. Za wygranie partii uczeń otrzymuje 1 punkt, przy remisie każdy otrzymuje po pół punktu, a przy przegranej zero punktów. Dwóch pięcioklasistów zdobyło łącznie 8 punktów, a każdy z sześcioklasistów zdobył taką samą liczbę punktów. Każdy uczestnik turnieju grał z każdym innym jeden raz. **Ilu sześcioklasistów wzięło udział w tym turnieju?**

14 – Trzy kwadraty. Ula ma trzy kwadratowe kartoniki o bokach 6 cm, 8 cm i 10 cm. Układa te kartoniki na stole tak, aby każde dwa stykały się, ale żaden nie przykrywał, nawet częściowo, innego. Układając różne figury obserwowała trójkąty tworzone przez środki tych kwadratowych kartoników i wyznaczała ich pola. Zauważyła, że w pewnym położeniu, środki tych kwadratowych kartoników są wierzchołkami trójkąta o najmniejszym polu. **Podaj, w cm^2 , pole tego trójkąta.**

KONIEC KATEGORII C2

15 – Liczba czterocyfrowa. Jaka jest najmniejsza czterocyfrowa liczba naturalna, nie zaczynająca się zerem, która ma następującą własność: „jeśli zmienia się jedną z jej cyfr, to nie otrzymuje się nigdy liczby pierwszej”?

16 – Format prawie idealny. Odcinamy z prostokątnej kartki papieru formatu A4 (21 cm \times 29,7 cm), równoległe do jednego z boków, pasek o pewnej szerokości. Ten prostokątny pasek ma następującą własność: jeżeli przetniemy go pośrodku na dwie prostokątne części, to będą one miały stosunek długości do szerokości taki sam jak w pozostałym (po odcięciu tego paska) prostokącie. **Jaka jest szerokość odciętego paska?** Podać odpowiedź w milimetrach zaokrąglając do najbliższego milimetra.

KONIEC KATEGORII L1 i GP

17 – Sztuczka liczbowa. Hilary lubi pokazywać sztuczki liczbowe. Ostatnio obserwowałem jedną z jego sztuczek. Zapropował Adamowi, jednemu z jego przyjaciół wybranie liczby zawartej między 1 i 2000 oraz zachowanie jej w sekrecie. Hilary poprosił go, aby podzielił tę liczbę przez 3, przez 23 i przez 29, a następnie, by podał mu reszty z dzielenia w tej kolejności. W ten sposób Adam wymienił mu trzy reszty: 0, 20 i 26. Hilary po chwili namysłu anonsuje mu: „Wybrałeś liczbę 1998”. I rzeczywiście, Adam to potwierdza. Po usilnych namowach Hilary zdradza mu swoją sztuczkę: „Jeżeli r_1 , r_2 i r_3 są odpowiednimi resztami z dzielenia twojej liczby przez 3, 23 i 29, to obliczam $ar_1 + br_2 + cr_3$, gdzie a , b , c są trzema liczbami magicznymi (jedna dla każdej reszty) i następnie dzielę wynik przez czwartą liczbę magiczną d . Reszta z tego dzielenia daje mi wybraną przez ciebie liczbę. Żadna z czterech liczb a , b , c i d nie przekracza 3000. Nie zdradz jednak tego sekretu nikomu!” **Jakie są, w kolejności, te liczby magiczne a , b , c i d ?**

18 – Zagadka arytmetyczna. Jestem liczbą trzycyfrową, całkowitą dodatnią. Po „rozcięciu” mojego kwadratu na dwie trzycyfrowe części i dodaniu tych dwóch „połówek” otrzymamy 1000 (część trzycyfrowa może rozpoczynać się zerem). **Kim jestem?**

KONIEC KATEGORII L2 i HC

POWODZENIA!