

**XXIII Międzynarodowe Mistrzostwa
w Grach Matematycznych i Logicznych
VII Mistrzostwa Polski w GMiL**

Finał krajowy – I dzień 16 maja 2009

- CE** : zadania o numerach od **1** do **5**; czas - **60** minut
CM : zadania o numerach od **3** do **8**; czas - **90** minut
C1 : zadania o numerach od **5** do **11**; czas - **120** minut
C2 : zadania o numerach od **7** do **14**; czas - **180** minut
L1 i **GP**: zadania o numerach od **7** do **16**; czas - **180** min.
L2 i **HC**: zadania o numerach od **7** do **18**; czas - **180** min.

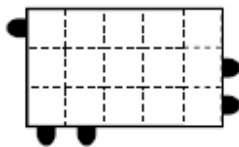
WAŻNE !!! Wyniki należy wpisać w odpowiedniej ramce karty odpowiedzi.
 Kartę wypełniać czytelnie, bez skreśleń i poprawek.

ZADANIA

POCZĄTEK KATEGORII CE

1 – Winda. W Math-City wszyscy dorośli ważą tyle samo i wszystkie dzieci ważą tyle samo. Winda jednego z wieżowców Math-City może unieść maksymalnie 15 dorosłych lub 24 dzieci. **Ile dzieci, co najwyżej, może jechać tą windą z dziesięcioma dorosłymi?**

2 – Pudełko zapalek. Tomek ułożył w pudełku 5 zapalek tak, żeby się nie krzyżowały. Rozmieszczył je wszystkie poziomo (na rysunku w rzędach) lub pionowo (na rysunku w kolumnach). Długości zapalek (nie wliczając końców) wynoszą 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm i 5 cm, a każdy kwadracik rysunku ma bok 1 cm. **Uzupełnij rysunek zapalkami.**



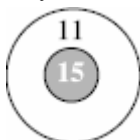
POCZĄTEK KATEGORII CM

3 – Stłuczona szyba. Ania, Beata i Celina grają w piłkę. Jedna z dziewczynek rzuca piłkę i tłucze szybę w oknie. Gdy pytają je, która rzuciła piłkę, udzielają następujących odpowiedzi:

- Ania: „To ja rzuciłam piłkę”,
 Beata: „To nie Celina stłukła szybę”,
 Celina: „To Ania rzuciła piłkę”.

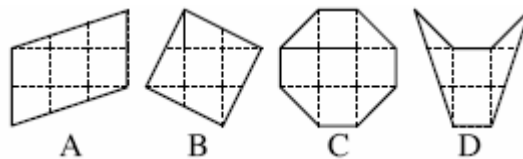
Jedna z trzech dziewczynek mówi zawsze prawdę, inna zawsze kłamie, a trzecia czasami kłamie, ale nie zawsze. **Która z dziewczynek stłukła szybę?** (w karcie odpowiedzi podać jej imię)

4 – Strzałki. Mateusz grał w strzałki na tej tarczy. Składa się ona z szarego obszaru po 15 punktów i z białego obszaru po 11 punktów (za trafienie). „Ile punktów uzyskałeś łącznie?” pyta go Matylda. „Więcej niż 60 punktów, ale mniej niż 66” odpowiada jej Mateusz. **Ile strzałek Mateusz umieścił w białym obszarze tarczy?**



POCZĄTEK KATEGORII C1

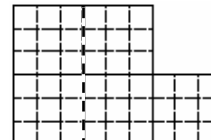
5 – Cztery figury. Te cztery figury narysowano na



kratkowanym papierze. **Ustawić je w kolejności od pola najmniejszego do największego.** (w karcie odpowiedzi wypisać od lewej do prawej odpowiednie litery)

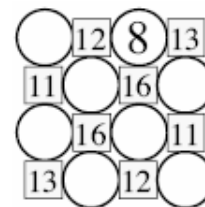
KONIEC KATEGORII CE

6 – Pięć na trzy. Rozciąć tę figurę, wzdłuż linii kratkowania, na trzy identyczne kawałki tak, aby nie trzeba było odwracać żadnego z nich.

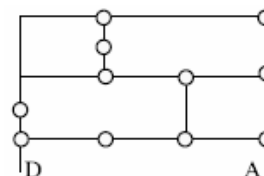


POCZĄTEK KATEGORII C2, L1, L2, GP, HC

7 – Osiem kółek. W każdy z kwadratów wpisano wynik dodawania liczb całkowitych znajdujących się w kółkach, które stykają się z tym kwadratem. Liczby całkowite dodatnie, wpisane w kółka, są różne. Siedem z nich zostało wymazanych. **Odnajdźcie te liczby.**



8 – Trasa Marka. Marek musi przebyć na rowerze trasę z D do A przejeżdżając przez nieparzystą liczbę rond, ale nie może przejeżdżać przez to samo rondo więcej niż jeden raz.

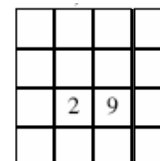


Narysujcie jedną z możliwych tras.

KONIEC KATEGORII CM

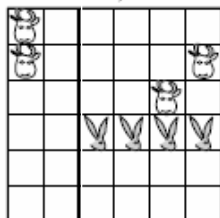
Uwaga do zadań od 9 do 18. Aby zadanie było kompletnie rozwiązane należy podać liczbę rozwiązań i to rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań, co nie znaczy, że nie może istnieć tylko jedno rozwiązanie.

9 – Krata. Umieszczono liczby od 1 do 16 na tej tablicy (po jednej liczbie w kratce). Dla każdej liczby różnej od 16, liczba bezpośrednio większa jest umieszczona w kratce przyległej do kratki z tą liczbą. Czternaście spośród tych 16-u liczb zostało wymazanych.

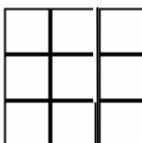


Odtworzyć to wypełnienie. Uwaga: dwie kratki są przyległe, jeżeli mają wspólny bok.

10 – Krowa i królik. Rozciąć obszar wzdłuż linii kratkowania na cztery jednakowe części tak, aby nie trzeba było odwracać żadnej z nich. Każda część powinna zawierać jedną krowę i jednego królika.



11 – Kółka i krzyżyki. Kasia i Zosia grają w następującą grę na planszy 3×3 . Grę zaczyna Kasia umieszczając, w pierwszym ruchu, dwa krzyżyki na dwóch polach planszy. Następnie Zosia umieszcza dwa kółka i tak dalej, każda z nich umieszcza, po kolei, dwa ze swoich znaków, z wyjątkiem ewentualnie w ostatnim ruchu, gdzie ostatnia grająca umieszcza tylko jeden znak, jeżeli na planszy jest tylko jedno puste pole. Ta, której uda się ustawić w linii trzy spośród swoich znaków poziomo (w wierszu), pionowo (w kolumnie) lub ukośnie (po przekątnej), wygrywa. Jeżeli plansza jest pełna i żadne ustawienie w linii trzech jednakowych znaków nie pojawia się, wówczas gra jest nierozstrzygnięta. **Iloma sposobami Kasia może wykonać swój pierwszy ruch, aby mieć pewność wygranej, jeżeli gra możliwie najlepiej jak potrafi?**



KONIEC KATEGORII C1

12 – Anagramy. Anagramem zbioru trzech cyfr układu dziesiętnego $\{a, b, c\}$ jest każda liczba całkowita, dodatnia, utworzona z tych trzech cyfr, w różnej ewentualnie kolejności. Na przykład zbiór trzech cyfr $\{0, 1, 2\}$ ma cztery anagramy: 102, 120, 201 i 210. **Znaleźć zbiór trzech cyfr, który ma anagram będący wielokrotnością 2, ma anagram będący wielokrotnością 3, ma anagram będący wielokrotnością 4, ..., ma anagram będący wielokrotnością $N-1$ i ma anagram będący wielokrotnością N , przy czym N ma możliwie największą wartość.** W karcie odpowiedzi wypisać zbiór cyfr malejąco (od lewej do prawej). Uwaga: Zapis liczby trzycyfrowej nie zaczyna się nigdy zerem.

13 – Dwie świece. Dwie świece mają taką samą długość. Pierwsza spala się całkowicie i w sposób regularny w ciągu 5 godzin, druga zaś spala się całkowicie i w sposób regularny w ciągu 4 godzin. Matylda zapala te dwie świece jednocześnie w południe, o godzinie 12^{00} , następnie po pewnym czasie gasi je w tym samym momencie. Ogarek (pozostała niespalona reszta) pierwszej świecy jest wtedy cztery razy dłuższy niż ogarek drugiej. **O której godzinie Matylda zgasła obie świece?**

14 – Loteria. Losy pewnej loterii są ponumerowane, bez luk, od 1 do 9999. Los jest wygrywający, jeżeli jego numer można podzielić na dwie części kreską pionową w taki sposób, aby suma cyfr napisanych na lewo od kreski była równa sumie cyfr napisanych po prawej stronie kreski. Tak, np. losy o numerach 33, 440, 2024 są wygrywające, ponieważ $3=3$, $4=4+0$, $2+0+2=4$. Wojtek kupił dwa losy,

których numery są kolejnymi liczbami czterocyfrowymi. Obydwa losy były wygrywające, a numer jednego z nich był kwadratem pewnej liczby całkowitej. **Jaki jest mniejszy z dwóch numerów?**

KONIEC KATEGORII C2

15 – Podział trójkąta. Przez punkt wewnętrzny trójkąta ABC poprowadzono trzy proste równoległe do trzech boków trójkąta. W ten sposób trójkąt został podzielony na trzy równoległoboki i trzy małe trójkąty o polach równych odpowiednio 9 cm^2 , 16 cm^2 i 25 cm^2 . **Jakie jest pole trójkąta ABC?** Podać odpowiedź w cm^2 zaokrąglając (jeśli zajdzie taka potrzeba) do 0,01.

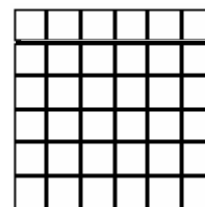
16 – Siedem liczb. Znaleźć siedem różnych, dodatnich liczb całkowitych takich, że:

- ich suma jest podzielna przez każdą z nich,
 - ta suma jest możliwie najmniejsza.
- Napisać te 7 liczb w kolejności rosnącej (od lewej do prawej).

KONIEC KATEGORII L1 i GP

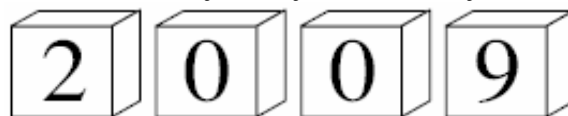
17 – Parzystość na szachownicy.

Ustawiamy 28 pionków na szachownicy 6×6 po jednym pionku na polu. Chcemy, aby w każdym wierszu i w każdej kolumnie była parzysta liczba pionków. **Na ile sposobów można to zrobić?** Uwaga:



Dwa rozmieszczenia uważa się za różne, jeśli otrzymuje się jedno z drugiego przez obrót lub przez symetrię (krata jest zorientowana).

18 – Koniec świata. W pewnej sekcji cztery sześciany są przekazywane z pokolenia na pokolenie. Na każdej ścianie każdego sześcianu napisana jest jedna cyfra od 0 do 9. Cyfry 6 i 9 są nieodróżnialne (są identyczne z dokładnością do obrotu). Zmieniając kolejność i orientację sześcianów,



ustawienie szeregiem czterech ścian pozwoliło i pozwoli wskazać wszystkie lata, od roku utworzenia sekty do roku końca świata włącznie. Rok 2009 stanowi ich część, a liczba kolejnych lat jest możliwie największa dla tej gry w cztery sześciany. **W którym roku została utworzona ta sekta i w którym roku, według tej sekty nastąpi koniec świata?**

KONIEC KATEGORII L2 i HC

POWODZENIA !