

**XXII Międzynarodowe Mistrzostwa  
w Grach Matematycznych i Logicznych  
VI Mistrzostwa Polski w GMiL  
2007/2008**

**Półfinał krajowy 15 marca 2008**

**CE** : zadania o numerach od **1** do **5**;      czas - **60** minut  
**CM** : zadania o numerach od **3** do **8**;      czas - **90** minut  
**C1** : zadania o numerach od **5** do **11**;      czas - **120** minut  
**C2** : zadania o numerach od **7** do **14**;      czas - **180** minut  
**L1 i GP**: zadania o numerach od **7** do **16**;      czas - **180** min.  
**L2 i HC**: zadania o numerach od **7** do **18**;      czas - **180** min.

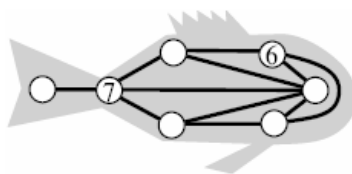
**WAŻNE ! KARTĘ ODPOWIEDZI** wypełniać czytelnie, bez skreśleń i poprawek.

**ZADANIA**

**POCZĄTEK KATEGORII CE**

**1 – Znaczkę pocztowe.** Julia wysyła paczkę swojej koleżance Ani na urodziny. Na przesyłce nakleiła tylko znaczki po 60 gr i znaczki po 80 gr, na ogólną sumę 6zł 60 gr. Julia wykorzystała łącznie mniej niż 10 znaczków. **Ile znaczków po 80 gr nakleiła Julia?**

**2 – Ryba.** Marek znalazł na strychu swojego dziadka dziwną rybę. Są na niej wszystkie cyfry od 1 do 7. Gdy dwie cyfry są bezpośrednio połączone linią (prostą lub krzywą), to nie są to nigdy dwie cyfry następujące po sobie (jak na przykład 1 i 2 lub 5 i 4). **Umieść cyfry od 1 do 5.**



**POCZĄTEK KATEGORII CM**

**3 – Kowal.** Z żelaznego, jednorodnego pręta kowal może zrobić łańcuch składający się z 80 jednakowych ogniów albo ze 100 (też jednakowych) lżejszych ogniów. W drugim przypadku każde z ogniów łańcucha byłoby o 5g lżejsze. **Ile waży ogniwo w łańcuchu składającym się z 80 ogniów?**

**4 – Kwadrat magiczny.** Utwórz kwadrat magiczny wypełniając puste kratki cyframi od 1 do 6 tak, aby suma każdego wiersza, każdej kolumny i każdej z dwóch przekątnych wynosiła 15.

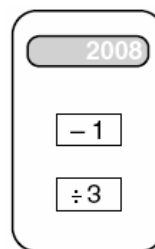
|   |   |   |
|---|---|---|
| 8 |   |   |
|   |   | 7 |
|   | 9 |   |

**POCZĄTEK KATEGORII C1**

**5 – Prostokąt.** Długość jednego boku prostokąta jest dwa razy większa od długości drugiego boku. Rozcinamy ten prostokąt na 200 jednakowych kwadratów, z których każdy ma pole 4 cm<sup>2</sup>. **Jaka jest długość dłuższego boku prostokąta?** (wynik podać w centymetrach).

**KONIEC KATEGORII CE**

**6 – Kalkulator.** Na tym kalkulatorze są tylko dwa przyciski: przycisk „-1” (minus jeden) i przycisk „÷3” (dzielenie przez 3). Gdy go się włącza, na ekranie pojawia się liczba 2008. **Ile razy, co najmniej, trzeba nacisnąć na przyciski (łącznie), aby na ekranie uzyskać wynik „1” (jeden)?**



**POCZĄTEK KATEGORII C2, L1, L2, GP, HC**

**7 – Liczba trzycyfrowa.** W zapisie dodatniej, całkowitej liczby trzycyfrowej występują różne cyfry pierwsze spośród cyfr: 2, 3, 5 i 7. Ta liczba trzycyfrowa ma tę własność, że jest podzielna przez każdą ze swoich cyfr. **Jaka to liczba?**

**8 – Wielokrotności.** Liczba 55 ma następującą własność:

- jeśli odejmiemy od niej 1, to otrzymamy wielokrotność 9,
- jeśli dodamy do niej 1, to otrzymamy wielokrotność 8.

**Jaka jest najmniejsza liczba trzycyfrowa mająca taką samą własność?**

**KONIEC KATEGORII CM**

*Uwaga do zadań od 9 do 18.* Aby zadanie było kompletnie rozwiązane należy podać liczbę rozwiązań i to rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań miejsce na wpisanie dwóch rozwiązań, ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie.

**9 – Trzy siostry.** Siostry: Alina, Beata i Celina na pytanie o wiek udzielają następujących, enigmatycznych odpowiedzi (każda z odpowiedzi składa się z 3 stwierdzeń):

- Alina: „mam 18 lat”; „jestem o 2 lata młodsza od Beaty”; „ale o rok starsza od Celiny”,
- Beata: „nie jestem najmłodsza”; „między mną i Celiną są 3 lata różnicy”; „Celina ma 21 lat”,
- Celina: „jestem młodsza od Aliny”; „mam 19 lat”; „Beata jest o 3 lata starsza od Aliny”.

**Wiedząc, że każda siostra skłamała dokładnie jeden raz na 3 stwierdzenia, znaleźć wiek każdej z nich.**

Uwaga: w karcie odpowiedzi oznaczono imiona sióstr inicjałami: A, B, C.

**10 - Wiek faraona.** Gdyby pewien faraon, który panował nieprzerwanie od chwili wejścia na tron aż do śmierci, umarł 5 lat wcześniej, to panowałby 1/4 (jedną czwartą) swego życia. Gdyby natomiast żył 9 lat dłużej, to panowałby 1/2 swego życia. **Ile lat żył ten faraon?**

**11 – Księga czarnoksiężnika.** Na stole leży otwarta księga czarnoksiężnika i można odczytać dwa numery kolejnych stron księgi, z których każdy składa się z trzech różnych cyfr. **Podaj numery stron, na których jest otwarta ta księga, jeżeli iloczyn sześciu cyfr wchodzących w skład tych numerów wynosi 2400?**

**KONIEC KATEGORII C1**

**12 – Prostopadłościany.** Jeśli skleimy odpowiednio dwa jednakowe prostopadłościany, to możemy otrzymać prostopadłościan nie będący sześcianiem, którego powierzchnia całkowita jest równa  $448 \text{ cm}^2$ . Z tych samych dwóch prostopadłościanów, po sklejeniu, można również otrzymać sześciang. **Jaka jest objętość tego sześciangu?**

**13 – Kula i sześciang.** Kiedyś podczas transportu trzeba było zapakować kulę szklaną o średnicy 30 cm do skrzynki w kształcie sześciangu o krawędzi 32 cm. Aby kula nie przesuwiała się podczas transportu, umieszczono 8 małych, identycznych kul w narożach skrzynki (po jednej w każdym z ośmiu naroży). **Jaka jest długość promienia małej kulki?** Wynik, w centymetrach, podać z dokładnością do trzeciego miejsca po przecinku. Uwaga: jeśli zajdzie taka potrzeba, w obliczeniach przyjąć:  $\sqrt{2} = 1,414$ ,  $\sqrt{3} = 1,732$ .

**14 – Suma.** Liczbę 316 przedstawić w postaci sumy dwóch składników, z których każdy jest liczbą całkowitą dodatnią i jeden jest podzielny przez 13, a drugi przez 11.

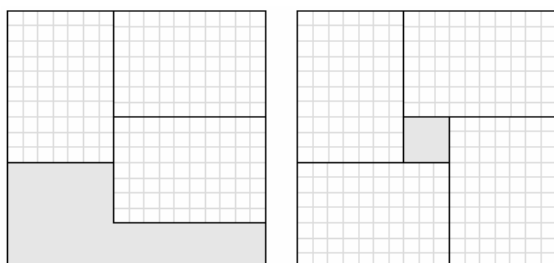
**KONIEC KATEGORII C2**

**15 – Zagadkowe dzielenie.** W tym dzieleniu dzielna, dzielnik, iloraz i reszta są liczbami całkowitymi dodatnimi. Dzielna i dzielnik są liczbami trzycyfrowymi napisanymi za pomocą tych samych cyfr lecz w odwrotnej kolejności. Iloraz i reszta (z dzielenia) są taką samą liczbą jednocyfrową różną od zera. **Podać dzielną w tym dzieleniu.**

**16 – Transformacja sumy.** W sumie  $S = 1+2+ \dots +30$  usuwamy pewną liczbę znaków „+” i zastępujemy odpowiednio powstałe sumy cząstkowe liczbami. Np. sumę  $2+3$  zastąpilibyśmy liczbą 23, a sumę  $2+3+4$  liczbą 234. Otrzymujemy w wyniku tej operacji nową sumę  $S'$ . **Jaką najmniejszą liczbę znaków „+” należy usunąć, aby otrzymać sumę  $S'=3030$  ?**

**KONIEC KATEGORII L1 i GP**

**17 – Siedem na dziesięć.** Mamy do dyspozycji płytki



prostokątne o wymiarach  $7 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ . Rysunek ilustruje fakt, że najmniejsza powierzchnia kwadratowa mogąca zawierać trzy takie płytki może także zawierać o jedną płytkę więcej. **Jaka jest najmniejsza liczba nieparzysta, większa od 1 i taka, że najmniejsza powierzchnia kwadratowa mogąca zawierać tę liczbę płytek nie może zawierać ich o jedną więcej?**

**18 – Tor wyścigowy.** Jeśli biegają dwa konie, to są możliwe trzy ich przybycia na metę: dwa, gdy nie ma równości i jedno, gdy dwa konie przybywają równocześnie. Jeśli biegają trzy konie, jest trzynaście możliwych przybyć: sześć, gdy nie ma żadnej równości, sześć, gdy dwa konie przybywają równocześnie (trzeci jest przed lub za nimi) i w końcu jedno, gdy trzy konie przybywają równocześnie. **Ile jest możliwych przybyć na metę, gdy biegają sześć koni?**

**KONIEC KATEGORII L2 i HC**

**POWODZENIA !**