

**XXII Międzynarodowe Mistrzostwa  
w Grach Matematycznych i Logicznych  
VI Mistrzostwa Polski w GMiL**

**Finał krajowy – II dzień      18 maja 2008**

- CE** : zadania o numerach od **1** do **5**;      czas - **60** minut  
**CM** : zadania o numerach od **3** do **8**;      czas - **90** minut  
**C1** : zadania o numerach od **5** do **11**;      czas - **120** minut  
**C2** : zadania o numerach od **7** do **14**;      czas - **180** minut  
**L1 i GP**: zadania o numerach od **7** do **16**;      czas - **180** min.  
**L2 i HC**: zadania o numerach od **7** do **18**;      czas - **180** min.

**WAŻNE !!!** Wyniki należy wpisać w odpowiedniej ramce karty odpowiedzi.

Kartę wypełniać czytelnie, bez skreśleń i poprawek.

**ZADANIA**

**POCZĄTEK KATEGORII CE**

**1 – Zegarek Jasia.** Jaś ma zegarek, który spóźnia się 3 minuty na godzinę. Tego ranka nastawił on swój zegarek według radia na godzinę 8.00. **Którą godzinę wskaże jego zegarek jutro rano dokładnie o ósmej?**

**2 – Korek uliczny.** Adam jest zablokowany w korku ulicznym. Przed nim stoją 4 samochody, a kierowca samochodu stojący bezpośrednio za nim wciąż trąbi klaksonem. Pomiędzy samochodami, które znajdują się przed samochodem Adama, wspaniała kabriolet znalazł się dokładnie w środku kolejki (to znaczy, że jest tyle samo samochodów przed kabrioletem co za nim). **Ile jest samochodów w tym korku ulicznym, wliczając samochód Adama.**

**POCZĄTEK KATEGORII CM**

**3 – Żetony Mikołaja.** Mikołaj ma 50 żetonów. Rozkłada je na 4 stosy stosując następujące reguły:

- każdy stos zawiera co najmniej 3 żetony,
- liczby żetonów w stosach są różne.

**Ile żetonów, co najwyżej, może zawierać największy stos?**

**4 – Trzy figury.** Kółko, trójkąt i kwadrat zastępuje cyfrę (każde inną) w poniższym działaniu.

$$\bigcirc \triangle 8 + 4 \triangle 5 = \square \triangle \bigcirc$$

**Podać liczbę trzycyfrową będącą sumą w tym działaniu.**

**POCZĄTEK KATEGORII C1**

**5 – Magiczny kwadrat.** W kwadracie magicznym suma liczb napisanych w każdej kolumnie, w każdym wierszu i na każdej z dwóch przekątnych daje zawsze ten sam wynik (zobacz strzałki na rysunku). Kwadrat narysowany obok musi zawierać wszystkie liczby całkowite od 1 do 16.

7	12	1	14	→
	13		11	→
	3			→
9				→
↙	↓	↓	↓	↘

**Uzupełnić go tak, aby stał się kwadratem magicznym.**

**KONIEC KATEGORII CE**

**6 – Naśladowca Fibonacciego.** Marek napisał ciąg liczb, w którym pierwszy wyraz (pierwsza liczba) i drugi wyraz (druga liczba) jest równy 1, a każdy następny wyraz, poczynając od czwartego, jest sumą trzech poprzednich. Dziesiąty wyraz tego ciągu jest równy 589. **Znaleźć szósty wyraz ciągu Marka.**

**POCZĄTEK KATEGORII C2, L1, L2, GP, HC**

**7 – Najmniejsza liczba.** Liczby naturalne, które są zarazem wielokrotnościami każdej z liczb 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 i 10 są liczbami Sylwii. **Jaka jest najmniejsza liczba Sylwii?**

**8 – Dwa pola za wiele.** Zaczernić, według własnego wyboru, dwa pola na pokratkowanym pasku papieru

1	5	3	6	×	1	2	+	9	-	1	7	7	2	9	=	2	0	0	8
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

(z wyjątkiem pola ze znakiem „=”) w taki sposób, aby otrzymać prawidłowy wynik, jak na przykładzie poniżej:

2	9	3	+	5	×	4	=	7	7
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

2		3	+	5		4	=	7	7
---	--	---	---	---	--	---	---	---	---

**KONIEC KATEGORII CM**

**9 – Konferencja.** W międzynarodowej konferencji poświęconej prawom kobiet wzięło udział mniej niż 5000 osób – Niemców, Belgów, Francuzów, Duńczyków i Hiszpanów. Wszystkie delegacje narodowe były równoliczne. W delegacji Niemiec było 2 razy więcej mężczyzn niż kobiet, w delegacji Belgii – 3 razy więcej kobiet niż mężczyzn, w delegacji Francji 4 razy więcej kobiet niż mężczyzn, w delegacji Danii 5 razy więcej mężczyzn niż kobiet i wreszcie w delegacji Hiszpanii 6 razy więcej mężczyzn niż kobiet. **Ile kobiet uczestniczyło w tej konferencji?**

**10 – Liczby pierwsze.** Znaleźć trzy liczby pierwsze (wypisując je w kolejności rosnącej), których iloczyn jest pięć razy większy niż ich suma.

**11 – Kwartet.** Znaleźć zbiór czterech różnych liczb całkowitych dodatnich (wypisując je w kolejności rosnącej) takich, że:

- dwie spośród nich mają sumę 45,
- dwie spośród nich mają różnicę 45,
- dwie spośród nich mają iloczyn 45,
- dwie spośród nich mają iloraz 45.

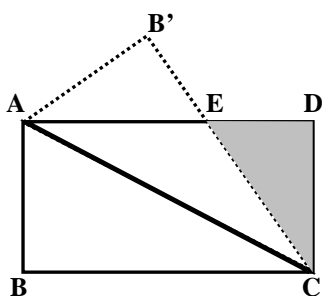
**KONIEC KATEGORII C1**

**12 – Zagadka arytmetyczna.** Znaleźć dwie kolejne liczby naturalne, możliwie najmniejsze, z których każda ma sumę cyfr podzielną przez 7. W karcie odpowiedzi wypisać te liczby w kolejności rosnącej.

**13 – Trzy żetony.** Jacek bawi się trzema żetonami ponumerowanymi obustronnie. Rzuci te żetony, odczytuje ukazujące się na nich liczby, a następnie sumuje te liczby. W pierwszym rzucie ukazały się liczby 6, 7 i 8. W kolejnych rzutach Jacek otrzymał sumy: 16, 17, 18, 19, 20, 22 i 23. **Jak były ponumerowane obie strony każdego żetonu?** W karcie odpowiedzi żeton jest przedstawiony jako para przylegających do siebie kwadratów.

**14 – Zginanie prostokąta.**

Zgięto prostokąt ABCD (rys. obok) wzdłuż przekątnej AC (po zgięciu wierzchołek B „przeszedł” na B’). Pole trójkąta DEC wynosi 1/6 pola prostokąta. **Wyznaczyć kąt BCA.** (Uwaga: rysunek, być może, nie zachowuje proporcji)

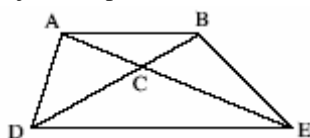


**KONIEC KATEGORII C2**

**15 – Sad.** W sadzie, który ma kształt trapezu, 5 drzew A, B, C, D i E jest posadzonych w taki sposób, że

- proste AB i DE są równoległe,
- proste AE i BD przecinają się w punkcie C.

Pola trójkątów ACB i DEC są równe odpowiednio 32 ary i 50 arów. **Jakie jest, w arach, pole trapezu ADEB?**



**16 – Kryptarytm.** Iloczyn liczby trzycyfrowej i liczby dwucyfrowej ma postać

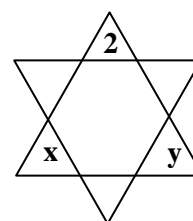
$$\begin{array}{r} p p p \\ \times p p \\ \hline p p p p \\ p p p p \\ \hline p p p p p \end{array}$$

Liczba „p” może oznaczać dowolną liczbę pierwszą różną od 1, niekoniecznie taką samą. **Podać wyjściowe liczby (trzycyfrową i dwucyfrową).**

**KONIEC KATEGORII L1 i GP**

**17 – Gwiazda dodawania.** W wierzchołku A

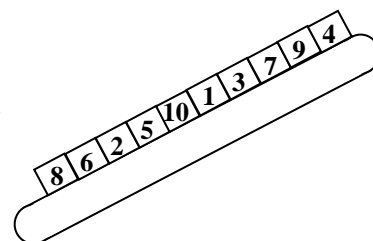
sześcioramienną gwiazdy wpisano liczbę 2 (patrz rysunek). Należy umieścić w każdym z pozostałych wierzchołków liczbę całkowitą dodatnią w taki sposób, żeby sześć tak zaznaczonych liczb było różnych, aby każda z nich



była równa cyfrze jedności sumy liczb, które figurują w dwóch sąsiednich wierzchołkach i aby liczba x była mniejsza od liczby y. **Podać liczby x oraz y.**

**18 – Skrzynie na taśmie.**

Dziesięć ponumerowanych skrzyń jest umieszczonych na ruchomej taśmie jak pokazano na rysunku. Mechaniczne ramię, którego używa się do ustawiania skrzyń w kolejności numerycznej od strony



lewej do prawej, może wziąć naraz nie więcej niż 3 przylegające do siebie skrzynie i umieścić je na górze (na prawo) ruchomej taśmy, podczas gdy pozostałe skrzynie ześlizgują się, aby wypełnić powstałą lukę. **Jaka jest minimalna liczba ruchów potrzebna do ustawienia skrzyń na taśmie w kolejności od 1 do 10? Ponadto podać numery kolejno przemieszczanych zestawów skrzyń w pierwszych dwóch ruchach.**

**KONIEC KATEGORII L2 i HC**

**POWODZENIA !**