XXII Międzynarodowe Mistrzostwa w Grach Matematycznych i Logicznych
VI Mistrzostwa Polski w GMiL

Finał krajowy – I dzień   17 maja 2008

CE : zadania o numerach od **1** do **5**; czas - **60** minut

CM : zadania o numerach od **3** do **8**; czas - **90** minut

C1 : zadania o numerach od **5** do **11**; czas - **120** minut

C2 : zadania o numerach od **7** do **14**; czas - **180** minut

L1 i **GP**: zadania o numerach od **7** do **16**; czas - **180** min.

L2 i **HC**: zadania o numerach od **7** do **18**; czas - **180** min.

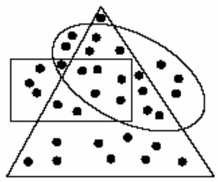
WAŻNE !!! Wyniki należy wpisać w odpowiedniej ramce karty odpowiedzi.

Kartę wypełniać czytelnie, bez skreśleń i poprawek.

ZADANIA

POCZĄTEK KATEGORII CE

1 – Kamyczki Kamili. Kamila narysowała na ziemi 3 figury: prostokąt, trójkąt i owal. Następnie ułożyła na swoim rysunku 33 kamyczki. **Ile tych kamyczków jest wewnątrz dwóch z trzech figur, ale nie w trzech?**



2 – Lizaki. Sklepik szkolny kupuje lizaki po 0,79 zł za 3 sztuki. Sprzedaje je zaś po 2,01 zł za 7 sztuk. Akurat dzisiaj sklepik zarobił na tych lizakach 5 zł. **Ile lizaków sprzedał dzisiaj sklepik?**

POCZĄTEK KATEGORII CM

3 – Imieniny Joli. Na imieniny Joli mama upiekła ciasto i podzieliła je na 20 małych, równych porcji. Jola częstuje się pierwsza. Wzięła piątą część ciasta i jeszcze jedną porcję. Następnie Ela wzięła piątą część tego, co pozostało oraz dodatkowo jedną porcję. Z kolei Beata bierze najpierw jedną porcję, a następnie piątą część tego, co pozostało. Następnie Karolina wzięła czwartą część reszty i jeszcze jedną porcję. Julia, ostatnia w towarzystwie, bierze piątą część reszty i też jeszcze jedną porcję. **Ile porcji ciasta pozostało dla mamy Joli?**

4 – Drobne pieniądze. Każdy z pięciu chłopców ma w swojej portmonetce 60 groszy, przy czym kwota ta składa się, u każdego z nich, z sześciu monet. Stwierdzają oni ze zdziwieniem, że wszystkie zawartości ich portmonetek są różne i że nie istnieje inny sposób, aby otrzymać kwotę 60 groszy złożoną z sześciu monet. Wrzucili wszystkie 30 monet do pudełka. **Ile jest, w tym pudełku, pięciogroszówek, a ile dziesięciogroszówek?** Uwaga: W obiegu są monety o nominałach: 1, 2, 5, 10, 20 i 50 groszy.

POCZĄTEK KATEGORII C1

5 – Liczba dwucyfrowa. Matylda napisała liczbę całkowitą dwucyfrową, a następnie dopisała cyfrę 2 po prawej stronie jej dwóch cyfr. Otrzymała w ten sposób liczbę trzycyfrową, która jest o 335 większa od początkowej liczby dwucyfrowej. **Jaka była ta początkowa liczba dwucyfrowa?**

KONIEC KATEGORII CE

6 – Dziewięć cyfr. W tym dodawaniu trzy liczby trzycyfrowe, które dodajemy, zapisują się cyframi od 1 do 9, przy czym każda z tych cyfr jest użyta i to tylko jeden raz. W każdej kolumnie cyfry dodawanych liczb są ustawione od góry do dołu od najmniejszej do największej. **Uzupełnić to dodawanie.**

	□	□	□
+	□	7	□
+	□	□	9
=	9	0	0

POCZĄTEK KATEGORII C2, L1, L2, GP, HC

7 – Trochę logiki. Romek, czytając trzy zdania A, B i C, wypowiada sam trzy następujące zdania:

1. Wśród trzech zdań A, B i C tylko jedno jest prawdziwe,
2. Z trzech zdań B, C i D tylko jedno jest prawdziwe,
3. Z dwóch zdań A i D tylko jedno jest prawdziwe.

Tomek zaś, ze swej strony, utrzymuje, że:

4. Wśród trzech zdań A, B i C tylko jedno jest prawdziwe,
5. Z trzech zdań B, C i D tylko jedno jest prawdziwe,
6. Z trzech zdań A, C i D tylko jedno jest prawdziwe.

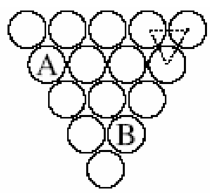
Jeden z nich kłamie co najmniej jeden raz, drugi zaś zawsze mówi prawdę. **Wskaż, które ze zdań od 1 do 6 jest fałszywe oraz które ze zdań: A, B, C jest prawdziwe?**

8 – Bile Bila. Bil liczy swoje bile. „Gdybym miał ich trzy razy więcej, to miałbym ich więcej niż 31" – mówi on swojemu kuzynowi, „ale gdybym miał ich dwa razy więcej, to miałbym ich mniej niż 31". Następnie Bil bierze jedną bilę od kuzyna i stwierdza: „Teraz, gdybym miał ich dwa razy więcej, to miałbym ich wciąż mniej niż 31". Z kolei kuzyn zabiera Bilowi cztery bile i mówi do niego: „Nie narzekaj, nawet teraz, gdybyś miał trzykrotność tego co masz, to miałbyś jeszcze ich więcej niż 31". **Ile bil miał Bil na początku tej rozmowy?**

KONIEC KATEGORII CM

Uwaga do zadań od 9 do 18. *Aby zadanie było kompletnie rozwiązane należy podać liczbę rozwiązań i to rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań, co nie znaczy, że nie może istnieć tylko jedno rozwiązanie.*

9 – Grono winogron. Winogrona z grona, przedstawione jako kółka figury obok, mogą mieć trzy jakości: A, B lub C. Gdy trzy winogrona stykają się parami, to wyznaczają trójkąt (zobacz rysunek). W każdym z tych małych trójkątów trzy jakości winogron są albo jednakowe albo wszystkie różne. **Uzupełnić jakości winogron tego grona wpisując, w każde z pustych kółek, jedną z trzech liter: A, B lub C.**



10 – Odwracanie monet. Mamy 11 monet ułożonych w jednym rzędzie reszkami do góry. W kolejnych ruchach możemy odwracać dokładnie 3 monety leżące obok siebie, wybrane dowolnie. Nie można przestawiać tych monet. **Jaką, możliwie najmniejszą, liczbą ruchów można uzyskać układ, w którym każde dwie monety leżące obok siebie mają odkrytą inną stronę, np. reszka, orzeł, reszka, orzeł,…?**

11 – Golf. W grze w golfa gracz, rozpoczynając z pozycji startowej, przy pomocy specjalnego kija, winien w możliwie najmniejszej liczbie uderzeń wrzucić piłeczkę do oddalonego, od pozycji startowej, dołka. Każdy dołek na polu golfowym opisuje „liczba nominalna”, tzw. PAR i jest to średnia liczba uderzeń piłeczki, przez dobrego gracza, potrzebnych do wrzucenia jej do tego dołka. Na polu golfowym w Math-Ville jest 18 dołków. Dziewięć z nich ma PAR równy 2 i dziewięć ma PAR równy 3. Michał właśnie rozegrał partię golfa testując każdy z tych 18 dołków. Liczba jego uderzeń dla żadnego dołka nie była równa PAR dla tego dołka. Miał jednak ogółem tyle uderzeń, co dobry gracz, a mianowicie 45. Michał wrzucił piłeczkę w jednym uderzeniu tylko do jednego dołka. **Do ilu dołków wrzucił on piłeczkę w trzech uderzeniach?**

KONIEC KATEGORII C1

12 – Bilard. Mateusz gra w bilard na prostokątnym stole bilardowym o wymiarach 2,06 m × 3,06 m. Jego bila o średnicy 6 cm jest umieszczona w środku dłuższej bandy bilardu. Mateusz uderza w bilę i posyła ją, pod kątem 45^o, względem bandy bilardu. Zakładając, że Mateusz uderzył bilę z dostateczną siłą, **podać w jakiej odległości od punktu startu (środek bili w chwili startu) środek bili znajdzie się w chwili 59 odbicia?** Należy zaokrąglić wynik do najbliższego centymetra przyjmując, w razie potrzeby, 1,414 dla $\sqrt{2}$; 2,236 dla $\sqrt{5}$; 3,162 dla $\sqrt{10}$ i 4,123 dla $\sqrt{17}$.

13 – Elastyczny prostokąt. Zmniejszono szerokość i zwiększono długość prostokąta o taki sam procent, będący liczbą całkowitą. Po tej zmianie pole prostokąta zmalało o pewien procent zawarty między 2% i 3%. **O jaki procent zmieniono szerokość i długość prostokąta?**

14 – Przez cztery i przez pięć. Liczba całkowita dodatnia ma taką własność, że po jej pomnożeniu przez 4 i niezależnie przez 5 otrzymujemy iloczyny, w których łącznie jest 9 cyfr, przy czym każda z cyfr od 1 do 9 występuje i to tylko jeden raz. **Znaleźć tę wyjściową liczbę całkowitą.**

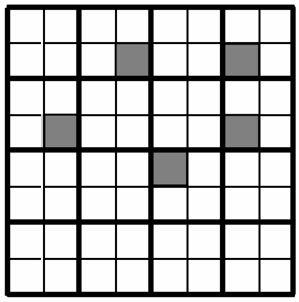
KONIEC KATEGORII C2

15 – Przez lasy i góry. Julian jadąc samochodem z „Do” do „Si” jedzie z góry z „Do” do „Mi” z prędkością 72 km/h, następnie jedzie po płaskim terenie z „Mi” do „Sol” z prędkością 63 km/h, a potem jedzie pod górę z „Sol” do „Si” z prędkością 56 km/h. Ogółem potrzebuje 4 godziny na przejazd. Gdy Julian jedzie w przeciwnym kierunku z „Si” do „Do”, zjeżdża z „Si” do „Sol” z prędkością 72 km/h, jedzie z „Sol” do „Mi” z prędkością 63 km/h i wjeżdża z „Mi” do „Do” z prędkością 56 km/h. Ogółem potrzebuje 4 godziny i 40 minut. **Jaka jest, w kilometrach, odległość drogowa między „Do” i „Si”?**

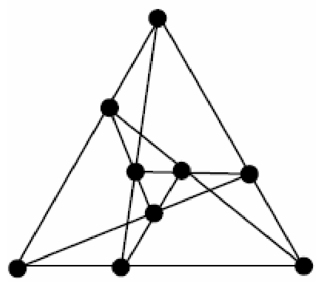
16 – Ciekawa liczba naturalna. Znaleźć największą liczbę naturalną, która ma wszystkie cyfry różne i która dzieli się przez każdą ze swoich cyfr.

KONIEC KATEGORII L1 i GP

17 – Kafelkowanie. Krata przedstawia wzór kafelkowania złożony z 16 dużych kafli. Każdy duży kafel sam jest podzielony na 4 małe, kwadratowe kafle pomalowane na biało lub na szaro. Wszystkie duże kafle są różne (liczba np. szarych, małych kafli dużego kafla może być równa 0, 1, 2, 3 albo 4), przy czym dwa duże kafle uznajemy za różne, gdy mają różną liczbę szarych małych kafli, a przy tej samej liczbie, np. szarych małych kafli uznajemy duże kafle za różne, gdy orientacja małych szarych kafli jest różna. Na kracie umieszczono już 5 małych kafli pomalowanych na szaro. W kontakcie z dwoma dużymi kaflami (wzdłuż boku stykania się) małe kafle muszą być identyczne co do koloru. Ponadto najniższy rząd (na dole kraty) małych kafli musi być identyczny z najwyższym rzędem (u góry kraty) małych kafli, a pierwsza z lewej kolumna małych kafli musi być identyczna z pierwszą kolumną małych kafli z prawej strony kraty. **Dokończyć kolorowanie kraty.**



18 – Dziewięć – Dziewięć. Na planie miasta Dziewięć – Dziewięć zaznaczono punktami 9 stacji metra. Na każdym z dziewięciu ustawień pod linię trzech stacji, przedstawionych na rysunku kreskami, stosunek odległości największej do odległości najmniejszej jest zawsze taki sam. Pole najmniejszego trójkąta równobocznego wynosi 1 km^2. **Jakie jest, w km^2, pole największego trójkąta równobocznego, zaokrąglone do najbliższego km^2 ?** Można przyjąć, w razie potrzeby, 1,414 dla $\sqrt{2}$; 1,732 dla $\sqrt{3}$; 2,236 dla $\sqrt{5}$ i 2,646 dla $\sqrt{7}$.



KONIEC KATEGORII L2 i HC

POWODZENIA!