

**XX Międzynarodowe Mistrzostwa
w Grach Matematycznych i Logicznych
IV Mistrzostwa Polski w GMiL**

Finał krajowy – II dzień 21 maja 2006

CE : zadania o numerach od **1** do **5**; czas - **60** minut
CM : zadania o numerach od **3** do **8**; czas - **90** minut
C1 : zadania o numerach od **5** do **11**; czas - **120** minut
C2 : zadania o numerach od **7** do **14**; czas - **180** minut
L1 i GP: zadania o numerach od **7** do **16**; czas - **180** min.
L2 i HC: zadania o numerach od **7** do **18**; czas - **180** min.

WAŻNE !!! Wyniki należy wpisać w odpowiedniej ramce karty odpowiedzi.

Kartę wypełniać czytelnie, bez skreśleń i poprawek.

ZADANIA

POCZĄTEK KATEGORII CE

1 – Liczby Jasia. Jaś napisał pięć kolejnych liczb całkowitych dodatnich i zauważył, że suma dwóch większych liczb jest równa sumie trzech mniejszych. **Jakie to były liczby?**

2 – Zegarek. Zegarek ma wyświetlacz cyfrowy, na którym pojawiają się dwie cyfry dla oznaczania godzin i dwie – dla minut. Ponadto jest w nim urządzenie do automatycznego emitowania dźwięku „bip“ w momencie, gdy suma wszystkich wyświetlonych cyfr wynosi 9. **Ile dźwięków „bip“ wyemituje ten zegarek między godziną 4⁰⁰ (rano) i godziną 12⁰⁰ (w południe tego samego dnia) ?**

POCZĄTEK KATEGORII CM

3 – Układanie monet. Ania ma linijkę o długości 1 metra oraz dużą liczbę monet dwuzłotowych i pięciozłotowych, które układa jedną obok drugiej na tej linijce i tak, aby zmieścić na niej jak najwięcej monet. Monety nie zachodzą na siebie, w pełni pokrywają linijkę i żadna z nich nie wystaje poza linijkę. Średnica dwuzłotówki wynosi 18 milimetrów, a pięciozłotówki 25 milimetrów. **Jaką największą liczbę monet ułożyła Ania na linijce?** Uwaga: środki wszystkich monet muszą leżeć na jednej prostej.

4 – Prostokąt antymagiczny.

Uzupełnij puste pola prostokątnej tablicy (pokazanej obok) w taki sposób, aby

- wypełniona tablica zawierała tylko liczby 1, 2 lub 4,
- sumy czterech liczb napisanych w wierszach (poziomo) oraz trzech liczb napisanych w kolumnach (pionowo) tablicy były wszystkie różne i co najwyżej równe 9.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 2 |
| 1 | 2 | 4 | |
| | | | |

POCZĄTEK KATEGORII C1

5 – Ryba. Ogon tołpygi waży 0,5 kg, głowa waży tyle, ile waży ogon i pół tułowia, a tułów waży tyle, ile głowa i ogon razem wzięte. **Ile waży tołpyga?**

KONIEC KATEGORII CE

6 – Bilety do teatru. Kupiono 60 biletów na przedstawienie. Wśród nich były bilety czerwone po 50 zł, zielone po 30 zł i niebieskie po 20 zł. Zakupiono co najmniej po 3 bilety każdego rodzaju, a za wszystkie zapłacono 2800 zł. **Ile kupiono biletów każdego rodzaju?**

POCZĄTEK KATEGORII C2, L1, L2, GP, HC

7 – Bez biletu. Czwórka chłopców zwiedza muzeum, ale mają tylko 3 bilety wstępu. Napotyka strażnika, który chce się dowiedzieć, który z nich nie zapłacił za bilet. Na zadane pytanie odpowiadają:

- „To nie ja” – mówi Paweł
- „To Karol” – mówi Jacek
- „To Wojtek” – mówi Karol
- „Jacek jest w błędzie” – mówi Wojtek

Wiadomo, że tylko jeden z nich kłamie, a pozostali mówią prawdę. **Który z nich kłamał, a który wszedł do muzeum bez biletu?**

8 – Trójkąty na płaszczyźnie. Na płaszczyźnie ułożono 3 trójkąty w taki sposób, że podzieliły one płaszczyznę na możliwie największą liczbę części. **Podać liczbę tych części** (rozpatrujemy tylko części leżące wewnątrz co najmniej jednego z tych trójkątów).

KONIEC KATEGORII CM

9 – Liczba trzycyfrowa. Znaleźć liczbę trzycyfrową, która jest 12 razy większa od sumy swoich cyfr

10 – Quiz. Uczestnik quizu odpowiadał na 30 zadawanych mu pytań. Za każdą prawidłową odpowiedź otrzymywał on 7 punktów, a za każdą błędną odpowiedź odejmowano mu 12 punktów. **Na ile pytań udzielił on prawidłowych odpowiedzi, jeśli zdobył ogółem 77 punktów?**

11 – Jak pies z kotem. W Math-City jest 10000 zwierząt domowych, psów i kotów. Ale 10% psów myśli, że są kotami, gdy tymczasem 10% kotów myśli, że są psami. Pozostałe psy i koty są zupełnie normalne. Podczas sondażu, 26% spośród wszystkich zwierząt podało, że są psami. **Ile jest kotów w Math-City?**

KONIEC KATEGORII C1

12 – Klucz do szyfru. Trzy liczby całkowite dodatnie są kluczem do pewnego szyfru. Klucz ten jest przekazywany z centrali wywiadu przez 3 agentów, z których każdy zna tylko iloczyn dwóch spośród tych liczb. **Jaki jest klucz do tego szyfru, jeżeli przekazane zostały liczby: 432, 540 i 720?**

13 – Grzybobranie. Dwie grupy chłopców zbierały z lasie grzyby. W jednej grupie jeden z chłopców znalazł 6 grzybów, a pozostali – po 13. W drugiej grupie jeden z chłopców znalazł 5 grzybów, a pozostali – po 10. W obu grupach zebrano taką samą liczbę k : $100 < k < 200$ grzybów. **Ilu chłopców było w każdej z tych dwóch grup?**

14 – Gra planszowa. Na prostokątnej planszy

| | | | | | | |
|---|---|---|--|---|---|---|
| B | B | B | | C | C | C |
|---|---|---|--|---|---|---|

ustawiono 3 pionki białe

(B) i 3 pionki czarne (C). Możemy wykonywać 2 rodzaje ruchów przestrzegając następujących warunków:

- dowolny pionek można przesunąć na sąsiednie wolne pole,
- dowolnym pionkiem można przeskoczyć przez inny pion, jeśli tylko pole, na które przeskakujemy, jest wolne.

Ile co najmniej ruchów należy wykonać, aby przestawić wszystkie pionki czarne na miejsca pionków białych i jednocześnie pionki białe na miejsca pionków czarnych?

KONIEC KATEGORII C2

15 – Numer telefonu. Pewien francuski matematyk zapytany o numer jego ośmiocyfrowego telefonu stacjonarnego udzielił takiej enigmatycznej odpowiedzi. „Cztery pierwsze cyfry tego numeru (telefonu) są kolejne, chociaż nie tworzą ani ciągu rosnącego ani malejącego, a utworzona przez nie liczba czterocyfrowa jest parzysta oraz dzieli się przez 3 i przez 11. Ponadto, liczba utworzona z 4 ostatnich cyfr tego numeru ma bardzo ciekawą własność: jest liczbą parzystą, a mnożąc ją przez 4 otrzymujemy jej czterocyfrowe, lustrzane odbicie”. **Jaki jest numer telefonu tego matematyka?** (Uwaga: lustrzanym odbiciem liczby $abcd$ jest liczba dcb).

16 – Sprzedawca kwiatów. Monika kupiła w kwaciarni x róż płacąc za nie y euro (x i y są liczbami całkowitymi). Gdy zamierzała wyjść, sprzedawca zaproponował jej następującą transakcję: „gdybyś kupiła jeszcze 10 róż, to sprzedałbym ci wszystkie róże za 2 euro i zaoszczędziłabyś 80 eurocentów na każdym tuzinie” (1 tuzin = 12). Monika zignorowała tę propozycję i wyszła z kwaciarni. **Ile róż kupiła Monika i ile za nie zapłaciła?**

KONIEC KATEGORII L1 i GP

17 – Zaszzyfrowane mnożenie. W tym mnożeniu cyfry zastąpiono literami i kropkami.

Jednakowe cyfry zastąpiono jednakowymi literami, a cyfry niejednakowe – różnymi literami. Kropki zastępują cyfry obu rodzajów. **Znaleźć mnożną, mnożnik i iloczyn.**

$$\begin{array}{r}
 ABC \\
 \times BAC \\
 \hline
 \bullet \bullet \bullet \bullet \\
 \bullet \bullet A \\
 \bullet \bullet \bullet B \\
 \hline
 \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet
 \end{array}$$

18 – Placki. Kucharka smaży placki na okrągłej patelni, której średnica wynosi 26 cm. Kładzie 3 rozwałkowane okrągłe kawałki ciasta różnych rozmiarów w taki sposób, że ich środki leżą na jednej prostej, są styczne i zarazem pokrywają całą średnicę patelni, ale tylko połowę jej powierzchni. **Znaleźć średnice tych trzech placków wiedząc, że wyrażają się one liczbami całkowitymi centymetrów (podać je w kolejności rosnącej).**

KONIEC KATEGORII L2 i HC

POWODZENIA !