Paryż zaprasza mistrzów

XVIII Międzynarodowe Mistrzostwa w Grach Matematycznych i Logicznych

II Mistrzostwa Polski w GMiL

– Pierwszy etap eliminacji 2003/2004

W końcu sierpnia 2004 roku odbędzie się w Paryżu finał XVIII Międzynarodowych Mistrzostw w Grach Matematycznych i Logicznych. Eliminacje (dwa etapy korespondencyjne oraz finał krajowy II Mistrzostw Polski w Grach Matematycznych i Logicznych w dniach 15-16 maja 2004 we Wrocławiu), organizowane przez Wydział Podstawowych Problemów Techniki Politechniki Wrocławskiej i Oddział Wrocławski Polskiego Towarzystwa Matematycznego, wyłonią mistrzów Polski i reprezentację na finał paryski. Zapraszamy miłośników matematyki oraz tych, którym logiczne myślenie sprawia przyjemność i satysfakcję do udziału w Mistrzostwach.

Więcej informacji dotyczących Mistrzostw (regulamin, zestaw zadań, wzór karty odpowiedzi, numer konta, na które należy wpłacać wpisowe już w I etapie korespondencyjnym), można znaleźć na stronie internetowej Komitetu Organizacyjnego Mistrzostw:

http:// www.im.pwr.wroc.pl/~rabczuk /gry.html

Zawodnicy mogą startować w jednej z ośmiu kategorii:
CE - uczniowie klas III SP (zadania 1-5),
CM - uczniowie klas IV SP (zadania 3 – 8),
C1 - uczniowie klas V i VI SP (zadania 5 – 11),
C2 - uczniowie gimnazjów (zadania 7 – 13),
L1 - uczniowie szkół ponadgimnazjalnych (zad. 7 – 16),
L2 - studenci i uczniowie szkół pomaturalnych (z. 7 – 18),
HC - zawodowi matematycy i informatycy (zadania 7 – 18),
GP - dorośli, spoza kategorii L2 oraz HC (zadania 7 – 16).

Starannie wypełnioną Kartę Odpowiedzi według podanego wzoru należy przesłać pocztą zwykłą do dnia **15 grudnia 2003 r.** na adres:

Wydział Podstawowych Problemów Techniki
Politechniki Wrocławskiej
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 Wrocław

z dopiskiem na kopercie KONKURS i podaniem symbolu kategorii. Do przesyłki należy włożyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną ze znaczkiem oraz kserokopię dowodu wpłaty wpisowego (kategorie CE i CM - 20 zł, C1 i C2 - 30 zł, L1 i L2 - 40 zł, HC i GP - 50 zł) na konto: **Politechnika Wrocławska, 50-370 Wrocław, Wybrzeże Wyspiańskiego 27, Bank Zachodni WBK S.A. 2 Oddział Wrocław,**
Nr 37 1090 2402 0000 0006 1000 0434, zlecenie 451105.

Komitet Organizacyjny Mistrzostw

Zadania I etapu eliminacji 2003/2004

POCZĄTEK KATEGORII CE

1 – Podział kwadratu. Papierowy kwadrat podzielono na cztery prostokąty. Trzy z nich miały wymiary (wyrażone w centymetrach): 4×6, 5×9 i 2×11. **Jakie wymiary miał czwarty prostokąt?**

2 - Pochód. Zosia idzie w pochodzie i ma obok siebie po lewej ręce Małgosię. Dziewczynki wymieniają swoje spostrzeżenia:
- Przed nami są cztery rzędy – mówi Małgosia.
- Za nami maszeruje jeszcze siedem rzędów – mówi Zosia.
- Po mojej lewej stronie są trzy kolumny – mówi Małgosia.
- Po mojej prawej stronie są cztery kolumny – mówi Zosia.

Ile osób bierze udział w pochodzie, jeśli wszystkie rzędy i kolumny są pełne?

POCZĄTEK KATEGORII CM

3 – Przekładanka. Dziewięć kartoników z liczbami ułożono w trzy rzędy (na rysunku rzędy są ponumerowane). Należy wybrać trzy kartoniki, po jednym z każdego rzędu, i zamienić miejscami tak, aby po tej operacji w każdym rzędzie były nadal trzy kartoniki i aby sumy liczb we wszystkich rzędach były jednakowe. **Podaj w kolejności rosnącej liczby znajdujące się na trzech przemieszczanych kartonikach.**

I	2	3	13
II	5	6	7
III	10	12	11

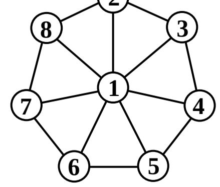
4 – Soki z automatu. W automacie można kupić soki w kartonikach. Każdy kartonik soku kosztuje 1 zł. Automat przyjmuje monety o nominałach: 1 gr, 2 gr, 5 gr, 10 gr, 20 gr, 50 gr i 1 zł. Po wrzuceniu monet i naciśnięciu przycisku automat wyrzuca pojedynczy kartonik albo zwraca wszystkie monety, jeśli suma ich nominałów jest za duża albo za mała. Ola ma w portmonetce monety o nominałach mniejszych od 1 zł, a ich suma przekracza 1 zł, jednak w tym automacie nie może kupić soku. **Ile najmniej, a ile najwięcej groszy Ola może mieć w portmonetce?**

POCZĄTEK KATEGORII C1

5 – Wiek uczniów. Na początku ubiegłego roku szkolnego suma lat wszystkich uczniów w klasie Waldka była równa 304. Wszyscy przeszli do następnej klasy i na początku bieżącego roku szkolnego suma lat tych samych uczniów była równa 336. Waldek jest najmłodszy w klasie, a najstarszy – Romek – jest od niego o rok starszy. Wiek uczniów wyrażamy całkowitą liczbą lat. **Ile lat na początku bieżącego roku szkolnego miał Waldek oraz ilu uczniów w klasie było w jego wieku?**

KONIEC KATEGORII CE

6 – Orły z reszek. Osiem monet ułożono tak, że jedna znalazła się w środku siedmiokąta, a pozostałe w jego wierzchołkach (patrz rysunek). Wszystkie monety mają odkryte reszki, a po wykonaniu zadania monety powinny pozostać na swoich miejscach, lecz z odkrytymi orłami. W tym celu wykonujemy kolejne operacje odwracania. W jednej operacji odwracamy zawsze trzy monety położone w trzech kolejnych wierzchołkach siedmiokąta (np. 7, 8 i 2) albo trzy monety, z których dwie położone są w sąsiednich wierzchołkach, a trzecia w środku siedmiokąta (np. 1, 2 i 3).



Operacje te można wykonywać wielokrotnie, przy czym pewne monety mogą być odwracane kilka razy. **Jaka najmniejsza liczba operacji odwracania pozwala wykonać postawione zadanie?**

POCZĄTEK KATEGORII C2, L1, L2, GP, HC

7 – Bracia i ich owce. W górskiej wiosce mieszka kilku braci, którzy zajmują się hodowlą owiec. Razem mają 2004 owce, a liczby owiec w ich stadach tworzą ciąg kolejnych liczb naturalnych. Najmłodszy z braci ma najwięcej owiec i ich liczba jest parzysta. **Ile owiec ma najmłodszy z braci?**

8 – Wybory do samorządu. Spośród trojga uczniów, których imiona umieszczono na kartach wyborczych, ma być wybrana dwuosobowa reprezentacja do samorządu szkoły. Głos jest ważny, jeśli na karcie wyborczej pozostały nieskreślone dokładnie dwa imiona. W wyborach oddano 37 głosów i wszystkie były ważne. Ania otrzymała o 10 głosów więcej niż Bernard i o 12 głosów więcej niż Celina. **Na ilu kartach wyborczych było skreślone imię Ani?**

KONIEC KATEGORII CM

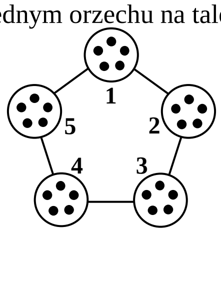
9 - W bibliotece. Na półce ustawiono w rzędzie 9 książek. Najdroższa znalazła się na miejscu środkowym. Jej cena wyrażała się całkowitą liczbą złotych. Wszystkie książki ustawiono tak, że ceny każdych dwóch książek stojących obok siebie różniły się o 1 zł. Łączna wartość tych dziewięciu książek wynosiła 108 zł**. Ile kosztowała najtańsza książka z tej półki?**

10 – Huczne urodziny. Na przyjęciu urodzinowym emerytowanego kapitana Żeglugi Wielkiej zebrała się niemal cała rodzina i liczni przyjaciele. Były tam trzy córki kapitana, siedmiu wnuków i pięciu siostrzeńców. Najmłodszy z wnuków zauważył ze zdziwieniem, że obecne lata córek dziadka, to 3 kolejne liczby naturalne; lata jego siostrzeńców to 5 kolejnych liczb naturalnych, a także lata jego wnuków to 7 kolejnych liczb naturalnych. Nadzwyczajne było to, że suma lat córek była równa sumie lat siostrzeńców i równa sumie lat wnuków, a obecny wiek dziadka stanowi dwie trzecie sumy lat jego córek. **Ile lat miał w tym uroczystym dniu kapitan, a ile jego najmłodszy wnuk?**

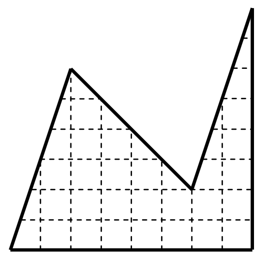
11 – **Bliźniaki.** Kuba jest o 4 lata starszy od Marka i o 8 lat starszy od Damiana. Iloczyn lat Marka i Pawła jest o 16 większy od iloczynu lat Kuby i Damiana. W tej czwórce chłopców są bliźniaki. **Podaj w kolejności alfabetycznej imiona bliźniaków.**

KONIEC KATEGORII C1

12 – Orzechowy przekładaniec. Na pięciu talerzykach ustawionych w koło rozmieszczono 25 orzechów, po 5 na każdym talerzyku (patrz rysunek). Rozmieszczenie orzechów można zmieniać wykonując operację przekładania, tzn. wybierając jakiś talerzyk, na którym znajdują się co najmniej 2 orzechy, i przekładając po jednym orzechu na dwa sąsiednie talerzyki (np. w sytuacji z rysunku moglibyśmy z talerzyka o numerze 2 przełożyć po jednym orzechu na talerzyki o numerach 1 i 3). Zadanie będzie wykonane, gdy, po pewnej liczbie operacji przekładania, na talerzyku nr 1 będzie jeden orzech, a na następnych talerzykach, posuwając się zgodnie z ruchem wskazówek zegara, będzie kolejno 3, 5, 7 i 9 orzechów. **Jaką najmniejszą liczbę operacji przekładania trzeba wykonać, aby otrzymać takie rozmieszczenie orzechów i ile operacji przekładania wykonamy w tym przypadku z talerzyka nr 1, a także z talerzyków nr 2, nr 3, nr 4 i nr 5 ?**



13 – Podział figury. Figurę pokazaną na rysunku należy podzielić na dwie identyczne części dające się na siebie nałożyć bez odwracania. **Podział zaznaczyć pogrubioną linią ciągłą.**



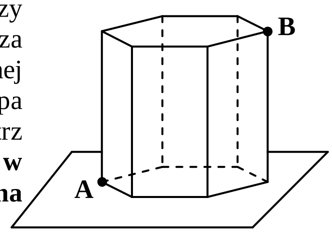
KONIEC KATEGORII C2

14 – Nieznany wielomian. Wielomian W(x) dla każdej liczby rzeczywistej *x* spełnia warunek

$$x \cdot W(x-1) = (x-2) \cdot W(x)$$

oraz $W(3)=6$. **Znajdź $W(\sqrt{3})$.**

15 – Mrówka na graniastosłupie. Na stole ustawiono graniastosłup prosty o wysokości h=16 cm, którego podstawą jest sześciokąt foremny o boku a=12 cm. Mrówka znajduje się na stole przy wierzchołku A i zamierza najkrótszą drogą po dostępnej powierzchni graniastosłupa dotrzeć do punktu B (patrz rysunek**). Jaka jest, w centymetrach, dokładna długość tej drogi?**



16 – Gra w żetony. Do trzech pudełek włożono 309 żetonów: do pudełka A włożono 101, do pudełka B - 103, a pozostałe do pudełka C. W grze bierze udział dwóch graczy, którzy wykonują ruchy na przemian. Każdy może wybrać niepuste pudełko i jeśli zawiera ono *n* żetonów, to może wyjąć z niego nie więcej niż $\sqrt{n}$ żetonów, ale musi jednak wziąć co najmniej 1 żeton. Wyjęte żetony nie biorą udziału w dalszej grze. Wygrywa ten gracz, który jako pierwszy opróżni jedno z pudełek. **Czy gracz wykonujący pierwszy ruch ma strategię wygrywającą? W karcie odpowiedzi wpisz „TAK” lub „NIE”. W przypadku odpowiedzi „TAK” podaj liczbę ruchów, którymi gracz może rozpocząć zwycięską grę. Jeśli tych ruchów jest więcej niż jeden, podaj dwa z nich.**

KONIEC KATEGORII L1 i GP

17 – Tajemnicza liczba. Liczba n ma tę własność, że wśród dowolnie wybranych n liczb naturalnych znajdą się dwie, których suma lub różnica jest podzielna przez 111. **Jaka jest najmniejsza liczba n o tej własności?**

18 – Suma reszt. Liczba nieparzysta p jest liczbą pierwszą. Dla każdej liczby $k \in \{1, 2, ..., p-1\}$ wyznaczamy resztę r_k z dzielenia liczby k^p przez p^2. **Ile wynosi suma tak otrzymanych reszt?**

KONIEC KATEGORII L2 i HC