Finał XVII Mistrzostw Polski w Grach Matematycznych i Logicznych

CE:	zadania **1 – 5**;	czas **60** minut
CM:	zadania **1 – 8**;	czas **90** minut
C1:	zadania **1 – 11**;	czas **120** minut
C2:	zadania **1 – 14**;	czas **180** minut
L1, GP:	zadania **1 – 16**;	czas **180** minut
L2, HC:	zadania **1 – 18**;	czas **180** minut

Początek wszystkich kategorii

1. Koło liczb

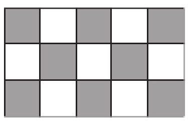
Koło toczy się bez poślizgu po odcinku brukowanej drogi. Koło jest podzielone na osiem sektorów ponumerowanych od 1 do 8, gdy koło się toczy, każdy sektor ma kontakt z jednym i tylko jednym kamieniem brukowym.

Jaki będzie numer sektora, który będzie miał kontakt z dwudziestym pierwszym kamieniem brukowym?

2. Dwa domy

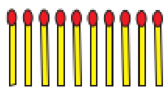
Léa i Léo mieszkają w domach położonych przy tej samej ulicy. Oba domy mają dwucyfrowe numery. Różnica pomiędzy numerami ich domów jest równa 20 a suma jest równa 120. Dom w którym mieszka Léa ma numer większy od tego, w którym mieszka Léo. **Jaki jest numer domu, w którym mieszka Léa?**

3. Od 1 do 15



Mathias wpisuje wszystkie liczby od 1 do 15 w pola przedstawionej szachownicy w taki sposób, aby nigdy nie było dwóch liczb nieparzystych w kratkach, które sąsiadują ze sobą bokami. Następnie sumuje liczby wpisane w szare pola. **Jaką wartość otrzyma?**

4. Zapałki



Mathilde ułożyła przed sobą 10 zapałek. Zaproponowała Mathiasowi następującą grę: gracze wykonują swoje ruchy na zmianę i każdy gracz w swoim ruchu może zabrać jedną, dwie lub trzy zapałki. Ten, kto weźmie ostatnią zapałkę, wygrywa. Mathilde zaczyna grę. **Ile musi wziąć zapałek w pierwszym ruchu, aby mieć pewność wygranej, niezależnie od tego, jak będzie grał Mathias?**

5. Kto ukradł pomarańczę?

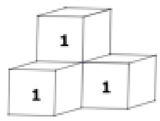
Handlarz przepytuje czworo urwisów żeby dowiedzieć się, kto mu zabrał pomarańczę.

– To Alice, powiedział Maël.
– Nie, to Fanny, zaprzeczyła Alice.
– W każdym razie to nie ja, powiedział Kewinek.
– Alice to kłamczuszka, oznajmiła na koniec Fanny.

Tylko jedno dziecko skłamało. **Kto ukradł pomarańczę?**

Koniec kategorii CE

6. Ustawienie kostek



Mathias ustawił na stole cztery zwykłe kostki do gry w sposób pokazany na rysunku.

Przypominamy, że suma liczb na przeciwległych ścianach w zwykłej kostce do gry jest zawsze równa siedem. Ściany kostek, które się stykają, nie są widoczne, również ściany leżące na stole nie są widoczne. **Jaka jest największa możliwa suma liczb na widocznych ścianach kostek w ustawieniu Mathiasa?**

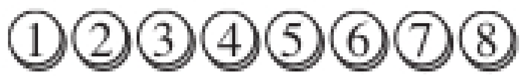
7. Szwendanie się po lesie

Zoé planuje codziennie wybierać się na spacery do sąsiedniego lasu. Na rysunku przedstawiono schemat dróg którymi może chodzić, wraz z długościami odcinków w hektometrach.

Zoé planuje swoje wycieczki tak, aby przy każdym spacerze nie przechodzić nigdy dwa razy przez ten sam odcinek drogi, ale nie każda trasa musi przechodzić przez wszystkie odcinki. Przy każdym spacerze może ona przejść dwa razy przez to samo skrzyżowanie dróg, włączając w to skrzyżowanie przy bramie do parku. **Jeżeli jeszcze chce każdego dnia pokonywać inną odległość, to ile dni zajmie jej wyczerpanie wszystkich możliwości?**

8. Równy podział

Mathias położył na stole osiem żetonów ponumerowanych od 1 do 8 i poprosił Mathilde o rozdzielenie ich na dwie grupy o takich samych sumach cyfr.

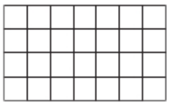


Mathilde szybko znalazła rozwiązanie: 1+2+3+4+8 = 5+6+7 = 18. Mathilde zajrzała następnie do pudełka z żetonami i zauważyła, że jest w nim jeszcze po jednym żetonie o numerach od 9 do 20. Zapytała więc Mathiasa: **jeżeli będę dokładać do twoich ośmiu żetonów kolejno żeton z 9, później również z 10, i tak aż do 20, kolejno i bez przeskakiwania, w ilu przypadkach będzie się dawało rozdzielić żetony na dwie grupy o równej sumie?** Uwaga: przypadki liczymy począwszy od dziewięciu żetonów.

Koniec kategorii CM

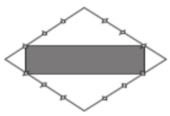
Uwaga do zadań od **9** *do* **18***: aby zadanie było całkowicie rozwiązane należy podać liczbę jego rozwiązań i rozwiązanie, jeśli jest jedyne, albo dowolne dwa rozwiązania, jeżeli jest ich więcej niż jedno. W karcie odpowiedzi przewidziano dla wszystkich zadań mogących mieć wiele rozwiązań miejsce na wpisanie 2 rozwiązań (ale może się zdarzyć, że jest tylko jedno rozwiązanie!).*

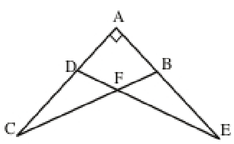
9. Matematyka dżinsów
Dżinsy liczą $0,6\ \text{m}^2$ powierzchni materiału i dwie dziury, których powierzchnia jest równa 20% powierzchni materiału. Po każdym praniu dżinsy się zużywają i 10cm^2 powierzchni materiału znika, a pojawia się 10cm^2 więcej powierzchni dziur. **Po ilu praniach powierzchnia dziur będzie równa powierzchni materiału?**

10. Pluskiewki

Mathias wciska pluskiewki w pola przedstawionej planszy 7 na 4. Robi to tak, aby nigdy nie było trzech pluskiewek w trzech kratkach sąsiadujących ze sobą bokami stanowiących poziomy odcinek, stanowiących pionowy odcinek i w trzech kratkach sąsiadujących narożnikiem ustawionych w skośny odcinek. **Ile maksymalnie pluskiewek może wcisnąć Mathias?**

11. Magiczna liczba
Mathilde znalazła liczbę czterocyfrową, której zapis nie zawiera zera. Cyfra setek w tej liczbie jest dwukrotnością cyfry tysięcy a cyfra jedności dwukrotnością cyfry dziesiątek. Do tego, cała liczba jest podzielna bez reszty przez sumę swoich cyfr. **Jaka jest liczba Mathilde?**

Koniec kategorii C1

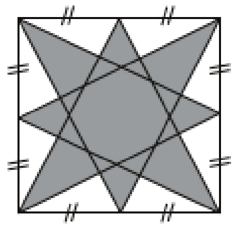
12. Proporcja geometryczna

Każdy bok rombu został podzielony na cztery równe odcinki i wpisano w niego prostokąt jak na załączonym rysunku.
Jaki jest stosunek pola prostokąta do pola rombu? Odpowiedz liczbą przedstawioną w postaci ułamka nieskracalnego.

13. Warunek równości


Trójkąty ABC i ADE mają kąt prosty przy wierzchołku A i są przystające. Pole czworokąta ADFB jest równe sumie pól trójkątów CFD i BFE.
Jaki jest stosunek długości odcinka AB do długości odcinka AC? Odpowiedź należy podać w postaci ułamka nieskracalnego. Uwaga: rysunek nie oddaje skali.

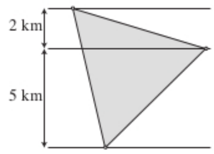
14. Dorzuć dwudziestaka
Mathilde napisała liczbę o najwyżej sześciu cyfrach. Mathias dopisał cyfry 20 przed liczbą Mathilde i otrzymał w ten sposób pierwszą ze swoich liczb. Następnie dopisał cyfry 20 po liczbie Mathilde i otrzymał w ten sposób drugą ze swoich liczb. Każda z liczb Mathiasa ma zatem o dwie cyfry więcej niż liczba Mathilde. Mathilde zauważyła, że jedna z liczb Mathiasa jest równa 2/5 drugiej. **Jaka była liczba Mathilde?**

Koniec kategorii C2

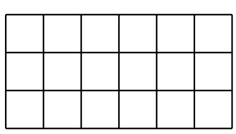
15. Mój jest ten kawałek gwiazdy

Jaki procent powierzchni kwadratu stanowi powierzchnia wpisanej weń gwiazdy? Odpowiedź podaj w procentach, zaokrąglając do najbliższej liczby całkowitej.

16. Dwanaście dzielników
Liczba 2020 ma dwanaście dzielników, spośród których siódmy jest liczbą pierwszą, jeżeli wypisać je w kolejności od najmniejszego do największego. **Jakie przyszłe lata dwudziestego pierwszego wieku będą miały tę samą cechę, dwanaście dzielników, spośród których siódmy jest liczbą pierwszą, gdy wypisać je od najmniejszego do największego?** (oczywiście inne dzielniki też mogą być liczbami pierwszymi).

Koniec kategorii L1, GP

17. Trójkątny las Pewien las ma kształt trójkąta równobocznego. Trzy równoległe drogi przechodzą przez każdy z jego wierzchołków. Dwie pierwsze z tych dróg są od siebie odległe o 2 km, a trzecia jest odległa o, odpowiednio, 5 km i 7 km od dwóch pierwszych (patrz rysunek).


Jaka jest długość boku trójkąta lasu? Odpowiedź podaj w kilometrach, zaokrąglając do trzech miejsc po przecinku.

18. Kwadraty małe i duże

W prostokącie na rysunku można doliczyć się 32 kwadratów, 18 małych i 14 większych.
W pewnym dużo większym prostokącie również zbudowanym z identycznych kwadratów można doliczyć się w sumie 1365 kwadratów wszelkich rozmiarów. **Z ilu małych kwadratów jest zbudowany ten duży prostokąt?**

Koniec kategorii L2, HC